

Modeliranje i prognoziranje broja korisnika telekomunikacijskih operatera

Amura, Giuseppe

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Tourism and Hospitality Management / Sveučilište u Rijeci, Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:191:815177>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-18**



Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Tourism and Hospitality Management - Repository of students works of the Faculty of Tourism and Hospitality Management](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI
Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu
Sveučilišni diplomski studij

GIUSEPPE AMURA

**Modeliranje i prognoziranje broja korisnika
telekomunikacijskih operatera**

**Modelling and forecasting the number of users of
telecommunications operators**

Diplomski rad

Opatija, 2024.

SVEUČILIŠTE U RIJECI
Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu
Sveučilišni diplomski studij
Menadžment u Hotelijerstvu

Modeliranje i prognoziranje broja korisnika
telekomunikacijskih operatera

Modelling and forecasting the number of users of
telecommunications operators

Diplomski rad

Kolegij: **Poslovna prognostika** Student: **Giuseppe AMURA**

Mentor: **prof. dr. sc. Tea Baldigara** Matični broj: **ds3981/23**

Komentor: **doc. dr. Sc. Jelena Dorčić**

Opatija, rujan 2024.



SVEUČILIŠTE U RIJECI UNIVERSITY OF RIJEKA
FAKULTET ZA MENADŽMENT U TURIZMU I UGOSTITELJSTVU
FACULTY OF TOURISM AND HOSPITALITY MANAGEMENT
OPATIJA, HRVATSKA CROATIA

IZJAVA O AUTORSTVU RADA I O JAVNOJ OBJAVI OBRANJENOG DIPLOMSKOG RADA

Giuseppe Amura

(ime i prezime studenta)

DS3981

(matični broj studenta)

Modeliranje i prognoziranje broja korisnika
telekomunikacijskih operatera

(naslov rada)

Izjavljujem da sam ovaj rad samostalno izradila/o, te da su svi dijelovi rada, nalazi ili ideje koje su u radu citirane ili se temelje na drugim izvorima, bilo da su u pitanju knjige, znanstveni ili stručni članci, Internet stranice, zakoni i sl. u radu jasno označeni kao takvi, te navedeni u popisu literature.

Izjavljujem da kao student–autor diplomskog rada, dozvoljavam Fakultetu za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Sveučilišta u Rijeci da ga trajno javno objavi i besplatno učini dostupnim javnosti u cjelovitom tekstu u mrežnom digitalnom repozitoriju Fakulteta za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Sveučilišta u Rijeci.

U svrhu podržavanja otvorenog pristupa diplomskim radovima trajno objavljenim u javno dostupnom digitalnom repozitoriju Fakulteta za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Sveučilišta u Rijeci, ovom izjavom dajem neisključivo imovinsko pravo iskorištavanja bez sadržajnog, vremenskog i prostornog mog diplomskog rada kao autorskog djela pod uvjetima *Creative Commons* licencije CC BY Imenovanje, prema opisu dostupnom na <http://creativecommons.org/licenses/>.

U Opatiji, 20.8.2024.

Potpis studenta

Sažetak

Cilj diplomskoga rada jest modeliranje i prognoziranje broja korisnika triju najvećih hrvatskih telekomunikacijskih operatera. U modeliranju i prognoziranju su korišteni modeli na bazi analize vremenskih serija te je izvršena usporedba prognostičke efikasnosti korištenih modela. Rezultati su pokazali kako su Naivni model I i Holtov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnog izgladivanja najefikasniji u prognoziranju, s najnižim vrijednostima prosječne apsolutne pogreške i prosječne apsolutne postotne pogreške. U radu su korištene MS Excel i POM-QM računalne potpore. Naivni model I je, zahvaljujući stabilnim trendovima u podacima, pružio efikasne prognoze. S druge strane, Holtov dvoparametarski model linearnoga jednostavnoga eksponencijalnoga izgladivanja pokazao je superiornost u prognoziranju broja korisnika nakon optimizacije parametara. Dobiveni rezultati naglašavaju važnost pažljivog odabira i optimizacije modela prognoziranja kako bi se osigurala visoka razina točnosti u dinamičnom tržišnom okruženju telekomunikacijske industrije. S druge strane, rezultati analize mogu poslužiti kao temelj za buduća istraživanja i donošenje poslovnih odluka u analiziranom sektoru.

Ključne riječi: modeliranje; prognoziranje; telekomunikacijski operateri; modeli na bazi analize vremenske serije

Sadržaj

Uvod	2
Cilj i svrha istraživanja	3
Struktura rada	3
Znanstvene metode	3
1. Temeljni pojmovi prognoziranja	4
1.1. Metodologija prognoziranja	5
1.2. Vrste modela prognoziranja	7
2. Modeli prognoziranja temeljeni na analizi vremenskih serija	10
2.1. Naivni modeli	12
2.2. Modeli pomičnih prosjeka	14
2.3. Modeli eksponencijalnoga izgladivanja	16
3. Prognoziranje broja korisnika telekomunikacijskih usluga u Hrvatskoj	20
3.1. Statističko deskriptivna analiza korištenih varijabli	21
3.2. Prognoziranje broja korisnika telekomunikacijskih operatera	26
3.2.1. Prognoziranje broja korisnika teleoperatera A	26
3.2.2. Prognoziranje korisnika teleoperatera B	37
3.2.3. Prognoziranje korisnika teleoperatera C	48
4. Komparativna analiza efikasnosti korištenih modela prognoziranja	61
4.1. Analiza efikasnosti prognostičkih modela za teleoperatera a	61
4.2. Analiza efikasnosti prognostičkih modela za teleoperatera B	65
4.3. Analiza efikasnosti prognostičkih modela za teleoperatera C	68
Zaključak	73
Literatura	76
Popis ilustracija	79

Uvod

Telekomunikacijski sektor predstavlja jednu od ključnih komponenti suvremenog društva, pružajući usluge komunikacije i povezanosti. Ovaj sektor prolazi kroz dinamične promjene potaknute brzim tehnološkim napretkom, promjenama u korisničkim preferencijama i sve većom konkurencijom na tržištu. U takvom okruženju, modeliranje i prognoziranje broja korisnika postaje ključna komponenta strateškog planiranja i donošenja odluka za menadžment telekomunikacijskih operatera. Učinkovite prognoze omogućuju svim sudionicima da optimiziraju svoje resurse, planiraju kapacitete mreže, razvijaju nove usluge i prilagođavaju marketinške strategije kako bi zadovoljili potrebe tržišta.

Razumijevanje trenutnih i budućih trendova u broju korisnika pomaže telekomunikacijskim operaterima da optimiziraju mrežne resurse. Učinkovite prognoze omogućuju efikasnije upravljanje mrežnim resursima, osiguravajući optimalnu razinu usluge bez preopterećenja ili nedostatka kapaciteta, ali i predviđanje prihoda i troškova, što je ključno za financijsko planiranje i upravljanje rizicima. Razumijevanje potreba korisnika i predviđanje njihovih promjena omogućuje operaterima da razvijaju i lansiraju nove usluge koje zadovoljavaju očekivanja tržišta. Brže i preciznije reakcije na promjene u tržišnim trendovima omogućuju diferencijaciju od konkurencije kao i zadržavanje ili povećanje tržišnog udjela.

Iako ima prednosti, modeliranje i predviđanje broja korisnika telekomunikacijskih operatera suočava se s brojnim izazovima. Korisničke navike i preferencije mogu se brzo mijenjati, što otežava prognoziranje na temelju povijesnih podataka. Čimbenici kao što su ekonomske krize, regulatorne promjene ili tehnološke inovacije mogu imati značajan utjecaj na broj korisnika, a teško ih je precizno predvidjeti. Kvalitetni i obuhvatni podaci ključni su za valjane prognoze, no često su dostupni podaci fragmentirani ili nepotpuni.

Modeliranje i prognoziranje broja korisnika telekomunikacijskih operatera ključni su za uspješno poslovanje u dinamičnom i konkurentnom okruženju. Valjane prognoze omogućuju operaterima da efikasno upravljaju svojim resursima, planiraju buduće aktivnosti i razvijaju strategije koje zadovoljavaju potrebe korisnika.

Cilj i svrha istraživanja

Diplomski rad bavi se kvantitativnom analizom, modeliranjem i prognoziranjem broja korisnika telekomunikacijskih usluga. Cilj istraživanja je uočiti i razumjeti koji čimbenici utječu na broj korisnika telekomunikacijskih usluga te razviti efikasne modele prognoziranja koji će služiti kao potpora u donošenju poslovnih odluka. Svrha diplomskog rada je omogućiti telekomunikacijskim operaterima da temeljem kretanja broja korisnika bolje razumiju dinamiku rasta prodaje njihovih usluga, što im može pomoći u planiranju resursa, marketinških aktivnosti i strategija zadržavanja korisnika.

Struktura rada

U prvom poglavlju rada definiraju se temeljni pojmovi metodologije prognoziranja kao i najvažnije vrste modal prognoziranja. U drugom poglavlju analiziraju se modeli prognoziranja temeljeni na analizi vremenskih serija, uključujući naivne modele, modele pomičnih prosjeka i modele eksponencijalnoga izgladivanja. Treće poglavlje predstavlja empirijski dio rada, koji je posvećen statističko deskriptivnoj analizi korištenih varijabli te modeliranju i prognoziranju budućih vrijednosti broja korisnika telekomunikacijskih operatera prisutnih na hrvatskome tržištu. U četvrtom dijelu poglavlja provodi se komparativna analiza efikasnosti korištenih modela prognoziranja, ističući njihove prednosti, nedostatke i praktičnu primjenjivost u stvarnom poslovnom okruženju telekomunikacijskog sektora. U zaključku je iznesena završna misao autora o istraženom temi.

Diplomski rad predstavlja doprinos razumijevanju dinamike korisničke baze u telekomunikacijskom sektoru te pruža korisne smjernice za operatere kako bi unaprijedili svoje strategije upravljanja korisnicima.

Znanstvene metode

U radu su korištene sljedeće znanstvene metode: opisna metoda, metoda generalizacije, metoda komparacije, metoda apstrakcije, induktivna metoda, deduktivna metoda, metoda analize i sinteze te statističko – deskriptivna analiza i komparativna analiza u empirijskom dijelu rada.

1. Temeljni pojmovi prognoziranja

Prognoziranje je ključni aspekt poslovanja u mnogim sektorima, uključujući ekonomiju, financije, zdravstvo, marketing i znanost. Predstavlja proces predviđanja budućih događaja ili trendova na temelju dostupnih podataka iz prošlih razdoblja koristeći različite statističke metode (Mesarić et al. 2017). Teorijski okviri koji se koriste za prognoziranje podataka razvijeni su kako bi se osiguralo što preciznije predviđanje budućih događaja na temelju dostupnih podataka. Ovi okviri temelje se na različitim znanstvenim disciplinama, uključujući statistiku, matematiku, računalne znanosti i ekonometriju. Glavni cilj prognoziranja je dobiti što točniju i pouzdaniju prognozu promatrane pojave kako bi se rukovodstvo moglo služiti prognoziranim vrijednostima u procesu planiranja (Mesarić et al. 2017).

Metode prognoziranja dijele se na kvalitativne i kvantitativne. Kvalitativne metode prognoziranja uključuju subjektivne procjene i ekspertno mišljenje te se koriste kada nedostaju podaci ili kada su budućí događaji nepredvidljivi. Primjeri kvalitativnih metoda uključuju Delphi metodu, scenarijsku analizu i konzultacije s ekspertima. Spomenute metode mogu biti korisne za prognoziranje dugoročnih trendova ili razumijevanje složenih interakcija unutar sustava (Mesarić et al. 2017). S druge strane, kvantitativne metode prognoziranja temelje se na analizi statističkih podataka i matematičkih modela kako bi se predvidjeli budućí trendovi. Takve metode su često korisne kada su dostupni relevantni podaci i kada se mogu identificirati uzorci u povijesnim podacima. Omogućuju preciznije prognoze i kvantitativnu evaluaciju njihove točnosti.

U praksi najčešće se kombiniraju kvalitativne i kvantitativne metode kako bi se postigla najbolja predikcija budućih događaja. Ovisno o prirodi problema i dostupnosti podataka analitičari mogu koristiti različite pristupe kako bi stvorili sveobuhvatne i pouzdane prognoze.

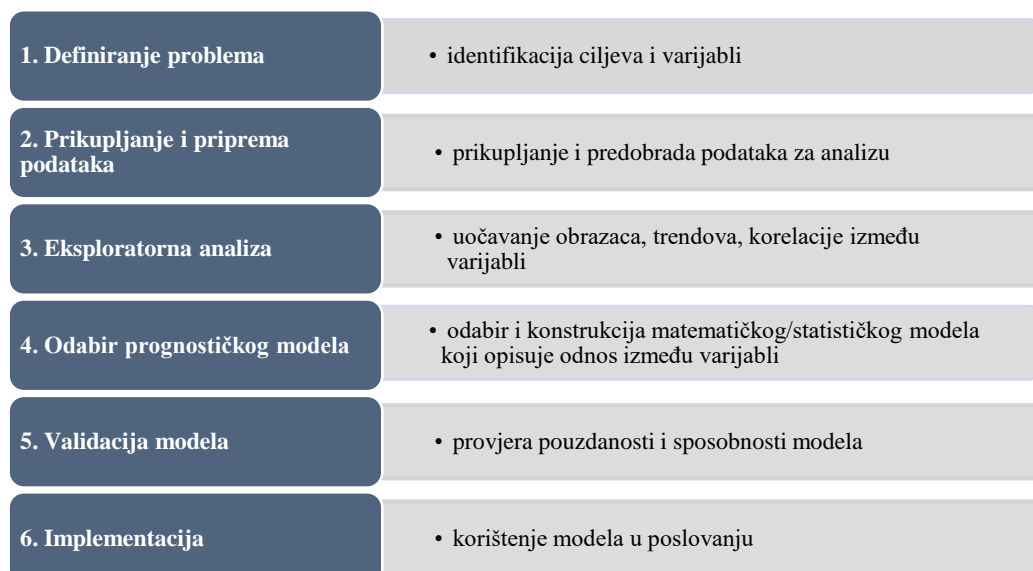
Prognoziranje ključno je za donošenje informiranih odluka u mnogim područjima. Različiti teorijski okviri prognoziranja, uključujući statističke metode, metode strojnog učenja, ekonometrijske modele i simulacijske metode, nude raznovrsne alate za analizu podataka i predviđanje budućih trendova (Chopra i Meindl, 2016). Svaki od ovih pristupa

ima svoje prednosti i nedostatke, a izbor metode ovisi o specifičnostima problema, dostupnosti podataka i ciljevima prognoziranja. Kombinacija različitih metoda kroz hibridne pristupe može dodatno poboljšati točnost i robusnost prognoza, omogućujući značajnije poznavanje modela prognoziranja.

1.1. Metodologija prognoziranja

Metodologija prognoziranja predstavlja sistematičan pristup analizi podataka i izradi modela s ciljem predviđanja budućih događaja, ponašanja ili trendova. Ova metodologija kombinira teorijske koncepte, statističke metode i računalne alate kako bi se razvili pouzdani prognostički modeli koji mogu informirati donošenje poslovnih odluka, planiranje resursa ili strategije razvoja (Hyndman i Athanasopoulos, 2018). Proces započinje prikupljanjem relevantnih podataka koji će poslužiti kao osnova za prognozu. To uključuje prikupljanje povijesnih podataka, analizu trenutnih trendova i korištenje drugih izvora informacija.

Metodologija prognoziranja provodi se kroz nekoliko faza koje su opisane na slici 1.



Slika 1. Shematski prikaz kvantitativnih metoda modela prognoziranja
Izvor: izrada autora

Prvi korak sastoji se u jasnom definiranju problema koji se želi riješiti. To uključuje identifikaciju varijabli od interesa, kao i razumijevanje konteksta i ciljeva prognostičkog modeliranja. Kvalitetni podaci su ključni za uspješno modeliranje. U ovom koraku prikupljaju se relevantni podaci iz različitih izvora, kao što su interni poslovni sustavi, vanjski izvori podataka, ankete ili druge metode istraživanja (Hyndman i Athanasopoulos, 2018). Podaci često dolaze u nestrukturiranom ili nepotpunom obliku te zahtijevaju čišćenje i pretvaranje kako bi se uklonili nedostaci i standardizirali za analizu. Ovdje se podaci filtriraju, uklanjaju se anomalije, rješavaju problemi s nedostajućim vrijednostima i normaliziraju se varijable.

Nakon pripreme, slijedi faza eksploratorne analize gdje se koriste statističke metode i grafičko prikazivanje kako bi se bolje razumjele karakteristike podataka. Cilj je identificirati obrasce, trendove, korelacije između varijabli i potencijalne faktore koji utječu na predmet istraživanja (Box et al., 2015). Na temelju analize podataka, odabire se odgovarajući prognostički model. Ovisno o prirodi problema, moguće je koristiti različite modele kao što su ekstrapolativni modeli, regresijski modeli, strojno učenje ili kombinacija različitih tehnika. U ovom koraku konstruiraju se matematički ili statistički modeli koji opisuju odnos između varijabli. Modeli se prilagođavaju podacima za trening i validaciju kako bi se osigurala adekvatnost i preciznost.

Važan korak je validacija modela kako bi se provjerila njegova pouzdanost i sposobnost generalizacije na novim podacima. To može uključivati korištenje rezerviranog skupa podataka za testiranje ili uvođenje dodatnih metoda evaluacije poput krivulje ROC (engl. *Receiver Operating Characteristic*) ili preciznosti i odziva (Horn, 2018). Nakon uspješne validacije, model se može implementirati u operativne sustave ili koristiti za donošenje odluka. Ovo uključuje integraciju modela u postojeće procese, obuku osoblja i osiguranje podrške za kontinuiranu upotrebu. Prognostički modeli trebaju biti dinamički i podložni promjenama u podacima i okruženju. Stoga je važno redovito pratiti performanse modela, ažurirati ih s novim podacima i optimizirati za promjene u poslovnom kontekstu ili vanjskim uvjetima.

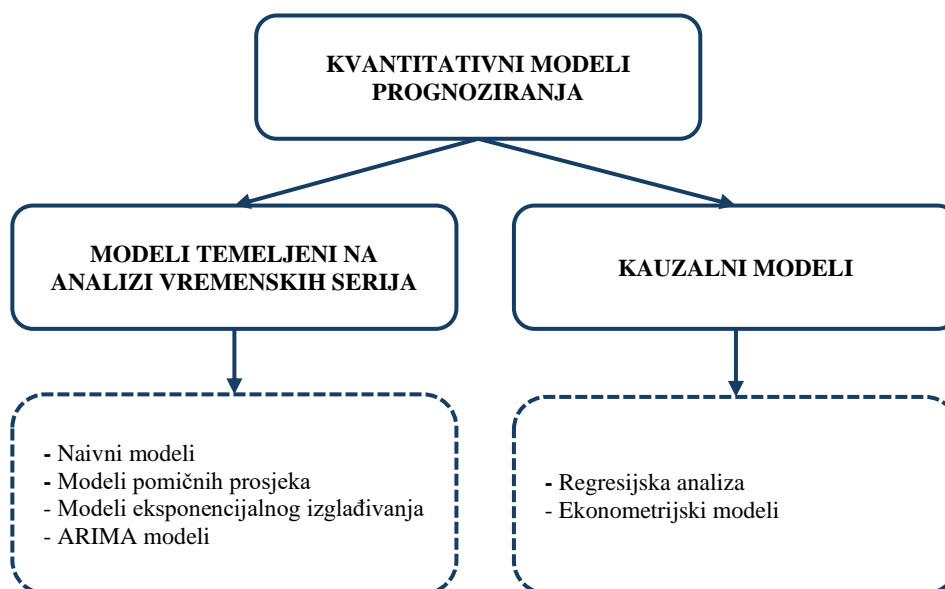
Metodologija prognoziranja pruža niz prednosti i suočava se s nekoliko izazova. Pravilno implementirani prognostički modeli mogu pružiti točne prognoze budućih događaja ili trendova. Ista omogućuje organizacijama da planiraju i pripremaju se za buduće scenarije na

temelju realnih podataka i analiza (Perotta, 2020). Donositelji odluka imaju pristup informacijama koje su potrebne za donošenje informiranih odluka, umanjivanje rizika i optimizaciju resursa.

Metodologija prognoziranja ostaje ključna za mnoge industrije i područja zbog svoje sposobnosti predviđanja i informiranja odluka. Napredak u tehnologiji, posebno u području strojnog učenja i analize podataka, pruža dodatne alate i mogućnosti za poboljšanje preciznosti i učinkovitosti prognostičkih modela.

1.2. Vrste modela prognoziranja

Za uspješno predviđanje budućih događaja i trendova, koristi se niz kvantitativnih modela prognoziranja. Ovi modeli omogućuju analizu povijesnih podataka i prepoznavanje obrazaca koji se mogu primijeniti na buduće razdoblje. Kvantitativni modeli prognoziranja dijele se na dvije glavne skupine: modele temeljene na vremenskim serijama i kauzalne modele. Svaka od ovih skupina nudi različite pristupe u analizi podataka i donošenju zaključaka, ovisno o prirodi podataka i ciljevima prognoze.



Slika 2. Najčešće korišteni kvantitativni modeli prognoziranja
Izvor: izrada autora prema Hyndman i Athanasopoulos, 2018.

Nedostatak kvalitetnih podataka može ograničiti preciznost i primjenjivost modela. Složenost modela može zahtijevati stručnost i resurse za izradu, implementaciju i održavanje. Budući da se modeli temelje na prošlim podacima, neizvjesnosti i promjene u budućim uvjetima mogu ograničiti njihovu prediktivnu moć.

Odabir varijabli u prognoziranju igra ključnu ulogu u osiguravanju kvalitete i učinkovitosti prognostičkog modela. Varijable koje se odabiru trebaju biti relevantne za predviđanje ciljane varijable ili događaja te doprinijeti boljem razumijevanju i objašnjavanju fenomena koji se proučava. Ovaj proces odabira varijabli ima značajan utjecaj na preciznost modela, njegovu sposobnost prilagodbe na nove podatke te na interpretabilnost rezultata (Hyndman i Athanasopoulos, 2018). Koraci u odabiru varijabli počinju s dobrim i sustavnim razumijevanjem problema koji se analizira ili prognozira. Važno je pri tome, identificirati ciljnu varijablu koja je se prognozira i razumjeti kontekst primjene modela. Nakon toga, slijedi eksploratorna analiza podataka, koja uključuje pregled dostupnih podataka radi identifikacije potencijalno relevantnih varijabli (Horn, 2018). Ovdje se koriste statističke metode i vizualizacije kako bi se istražili odnosi između varijabli te kako bi se detektirali trendovi, korelacije i uzorci u podacima.

Nakon eksploratorne analize, postavljaju se kriteriji za odabir varijabli. Ovi kriteriji mogu uključivati statističku značajnost varijabli, njihovu relevantnost za ciljani problem, minimalnu međusobnu ovisnost varijabli (multikolinearnost) te interpretabilnost rezultata (Hyndman i Athanasopoulos, 2018). Metode odabira varijabli variraju ovisno o kontekstu i složenosti problema. To mogu biti univarijatna, bivarijatna ili multivarijatna analiza, uključujući upotrebu naprednih statističkih tehnika poput multivarijatne regresijske analize ili metoda strojnog učenja za identifikaciju najvažnijih varijabli koje objašnjavaju varijancu ciljane varijable (Horn, 2018). Dodatno, tehnike redukcije dimenzionalnosti, kao što su faktorska analiza ili PCA (engl. *Principal Component Analysis*), mogu pomoći u identifikaciji ključnih faktora bez gubitka značajnih informacija.

Nakon odabira varijabli, ključno je provesti njihovu validaciju kako bi se osiguralo da zadržavaju svoju prediktivnu moć. Ovo može uključivati korištenje rezerviranih testnih skupova podataka ili unakrsnu validaciju u slučaju složenijih modela kako bi se evaluirala njihova stabilnost i performanse (Hyndman i Athanasopoulos, 2018). Prednosti odabira varijabli uključuju poboljšanu preciznost modela za predviđanje ciljane varijable, smanjenje

rizika od prekomjerne prilagodbe modela na trening skupu podataka te olakšavanje interpretacije i objašnjavanja rezultata. Međutim, izazovi uključuju problem multikolinearnosti među varijablama, nedostatak podataka za odabir i potrebu za naprednim statističkim znanjem i ekspertizom za uspješan proces odabira.

2. Modeli prognoziranja temeljeni na analizi vremenskih serija

Vremenske serije predstavljaju niz podataka prikupljenih kroz vrijeme, pri čemu su vremenski intervali između uzoraka jednaki. U mnogim područjima, kao što su ekonomija, financije, meteorologija, demografija i mnoge druge znanosti, analiza vremenskih serija ključna je za razumijevanje prošlih obrazaca i predviđanje budućih događaja. Kao statistički okvir za prognostičko modeliranje podataka, vremenske serije nude niz metoda i tehnika koje omogućuju analitičarima da iz raspoloživih podataka izvuku korisne informacije i naprave precizna predviđanja (Kovačić, 1995). Vremenske serije posjeduju nekoliko ključnih karakteristika koje ih razlikuju od drugih tipova podataka. Temeljna podjela vremenskih serija razlikuje stacionarne i nestacionarne vremenske serije. Stacionarna vremenska serija ima konstantnu sredinu i varijancu kroz vrijeme te autokorelaciju koja ne zavisi od vremena. Ove serije su lakše za analizu i modeliranje.

Postoje različite metode za transformaciju nestacionarnih serija u stacionarne, poput diferenciranja ili logaritamskih transformacija

Vremenske serije sastoje se od četiri glavne komponente (Kovačić, 1995): trend, sezonalnost, ciklusi i rezidualna komponenta. Trend predstavlja pravilnu promjenu vrijednosti varijable u određenom vremenskom periodu. Cikličnost i sezonalnost su komponente koje predstavljaju odstupanja vrijednosti varijable od utvrđenog trenda, ali između njih postoji značajna razlika. Odstupanja varijable od trenda uzrokovana su raznim čimbenicima u općem gospodarskom okruženju. Sezonska komponenta predstavlja odstupanja vrijednosti varijable u pravilnim intervalima unutar jedne godine, dok se kod cikličke komponente ne mogu prepoznati jednaki intervali u kojima se događaju odstupanja te je period duži od jedne godine (Kovačić, 1995). U rezidualnu komponentu spadaju svi ostali čimbenici koji mogu uzrokovati odstupanja u vrijednostima promatrane varijable.

Analiza vremenskih serija se razlikuje od klasične statističke analize. Kod klasične statističke analize su elementi slučajnog uzorka međusobno nezavisni, dok kod analize vremenskih serija opažanja uzorka nisu ni slučajne, ni nezavisne jer je jedna od najvažnijih komponenti analize vremenski poredak (Kovačić, 1995). Trendovi se mogu modelirati kao linearni, eksponencijalni ili neki drugi oblik funkcije vremena. Sezonalnost označava

ponavljajuće obrasce u podacima koji se javljaju u pravilnim intervalima, poput godišnjih doba, mjeseci ili dana u tjednu a (Hyndman i Athanasopoulos, 2018). Sezonski obrasci se često uklanjaju kako bi se analizirali trendovi i ciklusi. Ciklusi su fluktuacije u podacima koje se javljaju na nepravilnim intervalima, obično povezani s ekonomskim ili poslovnim ciklusima.

Unatoč svojoj korisnosti, analiza vremenskih serija suočava se s nekoliko izazova. Mnogi stvarni podaci nisu stacionarni, što otežava njihovu analizu i modeliranje. Komplikirani sezonski obrasci i ciklusi mogu zahtijevati složene modele. Vremenske serije s velikim brojem varijabli može biti teško obraditi i analizirati. Kratke vremenske serije ili serije s puno nedostajućih podataka mogu otežati prognoziranje (Box et al. 2015). Budućnost analize vremenskih serija uključuje daljnji razvoj metoda strojnog učenja i umjetne inteligencije, koje mogu poboljšati točnost i efikasnost prognoza. Integracija različitih izvora podataka i korištenje naprednih algoritama omogućit će bolje razumijevanje složenih obrazaca i donošenje informiranih odluka u raznim područjima. Vremenske serije predstavljaju važan statistički okvir za prognostičko modeliranje podataka. Različite metode, uključujući ARIMA modele, eksponencijalno izgladivanje, regresijsku analizu i napredne tehnike poput neuronskih mreža, omogućuju analizu složenih obrazaca i točno predviđanje budućih vrijednosti (Hyndman i Athanasopoulos, 2018). Unatoč izazovima, napredak u metodama analize podataka i tehnologijama otvara nove mogućnosti za poboljšanje točnosti prognoza i donošenje bolje informiranih odluka u različitim područjima.

Prognoziranje na temelju vremenskih serija može se izvršiti temeljem različitih modela. U nastavku rada su opisani najčešće korišteni modeli prognoziranja na temelju vremenskih serija, te područje njihove primjene.

2.1. Naivni modeli

Naivni modeli predstavljaju temeljne i najjednostavnije modele prognoziranja. Iako su jednostavni, naivni modeli mogu poslužiti kao korisna referenca za usporedbu s naprednijim metodama analize vremenskih serija.

Naivni modeli prognoziraju vrijednosti temeljem posljednje poznate vrijednosti varijable u vremenskom nizu što ih čini lako razumljivim i primjenjivim u situacijama s minimalnim zahtjevima za kompleksne analize. Temelje se na pretpostavci da će buduće vrijednosti varijable biti jednake posljednjoj poznatoj vrijednosti varijable u određenom vremenskom nizu.

Ključne karakteristike naivnih modela su jednostavnost, ograničenost te mogućnost brzog procjenjivanja. Jednostavnost naivnih modela odnosi se na činjenicu da je ove modele lako razumjeti i implementirati te isti ne zahtijevaju korištenje složenih statističkih tehnika obrade podataka (Kovačić, 1995). Istovremeno, jedan od glavnih nedostataka naivnih modela je njihova ograničenost jer ne uzimaju u obzir kompleksne uzorke i čimbenike koji mogu utjecati na vrijednost varijabli poput ciklusa.

Naivni modeli primjenjivi su za prognoziranje u stabilnom okruženju gdje nema očiglednih trendova ili sezonskih fluktuacija (Hyndman i Athanasopoulos, 2018.). Također, zbog jednostavnosti ova vrsta modela je izrazito korisna za generiranje početnih prognoza ili kao referentni model za usporedbu s kompleksnijim modelima. Budući nisu pouzdani za rad s kompleksnim podacima, naivni modeli se ne bi trebali koristiti u prognozi složenijih pojava. Općenito postoje tri temeljna Naivna modela.

Naivni model I

Naivni model I (ili *status quo* model) se koristi u modeliranju pojava za koje se pretpostavlja da se neće mijenjati tijekom vremena. Takvi modeli ne uvažavaju sustavnu komponentu te su dani izrazom (Box et al. 2015.):

$$\hat{Y}_{t+1} = Y_t \quad (1)$$

\hat{Y} - prognozirana vrijednost

Y - stvarna vrijednost

t – vrijeme

Naivni model I se također naziva slučajnim hodom jer pretpostavlja da je vremenski niz nasumičan. Promjene vrijednosti iz jednog razdoblja u drugo su nasumične, stoga se posljednja dostupna vrijednost smatra najboljom procjenom za buduće vrijednosti. Složeniji modeli mogu imati veće pogreške u predviđanju u usporedbi s ovim jednostavnim pristupom.

Naivni model II

Naivni model II koristi se za modeliranje pojava koje sadrže linearni trend, te je dan izrazom (Box et al. 2015.):

$$\hat{Y}_{t+1} = Y_t + (Y_t - Y_{t-1}) \quad (2)$$

\hat{Y} - prognozirana vrijednost

Y - stvarna vrijednost

t – vrijeme

Ovaj model predviđa buduće vrijednosti temeljem posljednje zabilježene vrijednosti te uzima u obzir trend promjene između posljednje dvije vrijednosti. Pretpostavlja se da će se promjena koja se dogodila između prethodna dva razdoblja nastaviti i u budućem razdoblju. Na taj način, naivni model II prilagođava se postojećem linearnom trendu u podacima, omogućujući preciznije prognoze u situacijama kada postoji jasno izražen trend. Iako je ovaj model jednostavan, može pružiti učinkovite prognoze u uvjetima kada su promjene linearnog karaktera.

Naivni model IIA

Naivni model prognoziranja IIA može se interpretirati kao proširenje osnovnog naivnog modela. Ovaj model obično uključuje jednostavnu prilagodbu ili proširenje naivnog modela kako bi se bolje odrazile karakteristike ili trendovi u podacima. Naivni model IIA koristi se u prognoziranju vremenskih serija koje posjeduju eksponencijalni trend. Model pretpostavlja kako stopa promjene vrijednosti vremenske serije ostaje nepromijenjena iz razdoblja u razdoblje. Prema modelu prognozirana vrijednost za jedno nakon tekućega definira se kao umnožak tekuće vrijednosti i stope promjene tekuće i prošle vrijednosti.

Svaki od ovih pristupa predstavlja jednostavnu modifikaciju osnovnog naivnog modela kako bi se uzeli u obzir dodatni faktori ili karakteristike podataka. Ovi modeli su i dalje relativno jednostavni za implementaciju i interpretaciju, ali mogu pružiti malo bolje rezultate u usporedbi s osnovnim naivnim modelom, posebno kada su prisutne jasne sezonske ili trend komponente u podacima.

2.2. Modeli pomičnih prosjeka

Modeli pomičnih prosjeka koriste prosječne vrijednosti prethodnih promatranih vrijednosti kako bi predvidjeli buduće vrijednosti varijabli. Različite varijante modela pomičnih prosjeka uključuju jednostavne pomične prosjeke, vagane pomične prosjeke i eksponencijalno izglađene pomične prosjeke. Modeli su utemeljeni na izglađivanju varijacija u vrijednosti podataka kako bi se uklonio nepovoljni utjecaj sezona i ciklusa te kao rezultat dobile pouzdanije prognoze.

Modeli pomičnih prosjeka (engl. *Moving average models*) su jednostavni, ali učinkoviti modeli prognoziranja koji se koriste za analizu i prognoziranje vremenskih serija (Horn, 2018).

Model jednostavnih pomičnih prosjeka (engl. *Simple Moving Average*, skraćeno SMA) je metodološki alat koji se koristi za analizu vremenskih serija i prognoziranje budućih vrijednosti na temelju povijesnih podataka (Perotta, 2020). Ovaj model koristi prosječnu vrijednost posljednjih n perioda kao prognozu za sljedeće razdoblje. Za svaki trenutak t u

vremenskoj seriji, SMA se izračunava kao prosjek vrijednosti posljednjih n razdoblja (Perotta, 2020). Temeljna svrha modela je izgladivanje podataka vremenskih serija sa svrhom uklanjanja kratkoročnih fluktuacija te isticanja trend ili cikličke komponente. Nedostatak modela pomičnih prosjeka jest što modelirane vrijednosti mogu zaostajati za stvarnim podacima jer daje jednaku težinu svim promatranim razdobljima. Matematički izraz modela jednostavnih pomičnih presjeka je (Perotta, 2020):

$$SMA_T = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} Y_{t-1} \quad (7)$$

Model vaganih pomičnih prosjeka (engl. *Weighted Moving Average*, WMA) dodjeljuje različite težine podacima unutar promatranog razdoblja (Mesarić et al. 2017). Novijim podacima dodjeljuje se veća težina, što model čini osjetljivijim na promjene podacima te se težine mogu prilagoditi specifičnim potrebama analize. Modeli vaganih pomičnih prosjeka nešto su složeniji za izračunavanje u usporedbi sa modelima jednostavnih pomičnih prosjeka, a odabir težina može biti subjektivan i može zahtijevati eksperimentiranje. Formula za model vaganih pomičnih prosjeka je sljedeća (Perotta, 2020):

$$WMA_T = \frac{w_1 x_t + w_2 x_{t-1} + \dots + w_k x_{t-k+1}}{w_1 + w_2 + \dots + w_k} \quad (8)$$

Nekoliko ključnih karakteristika modela pomičnih prosjeka su (Horn, 2018):

- Izgladivanje podataka: koriste se za gladjenje fluktuacija i varijacija u vremenskoj seriji kako bi se identificirali osnovni trendovi. Modeli uzimaju u obzir prosječne vrijednosti prethodnih promatranja kako bi stvorili prognoze za buduće vremenske periode.
- Različite varijante: postoje različite varijante modela pomičnih prosjeka, uključujući modele jednostavnih pomičnih prosjeka, modele vaganih pomičnih prosjeka te modele eksponencijalnoga izgladivanja
- Jednostavnost: relativno jednostavni za implementaciju i razumijevanje. Oni ne zahtijevaju složene statističke tehnike ili obradu podataka, što ih čini pogodnima za primjenu u različitim situacijama.

- Prilagodljivost: modeli su prilagodljivi i mogu se koristiti za različite svrhe, uključujući predviđanje dugoročnih trendova, identifikaciju sezonskih fluktuacija ili analizu kratkoročnih promjena.

Modeli pomičnih prosjeka predstavljaju koristan alat u analizi vremenskih serija zbog svoje jednostavnosti i sposobnosti filtriranja kratkoročnih fluktuacija, te predstavljaju svojevrsni intuitivni model za praćenje trendova i izračunavanje kratkoročnih prognoza. U praksi se često kombinira s drugim modelima kako bi se poboljšala preciznost i adekvatno odgovorilo na kompleksne promjene u podacima.

2.3. Modeli eksponencijalnog izgladivanja

Modeli eksponencijalnog izgladivanja koriste eksponencijalno izgladivanje važnosti starijih podataka. Omogućuju da se novijim podacima daje veća težina, čime se postiže brzo prilagođavanje promjenama u vremenskom nizu (Kovačić, 1995). Postoji više vrsta modela eksponencijalnoga izgladivanja.

Modeli jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja (engl. *Simple Exponential Smoothing*, SES) koriste težinsku funkciju koja daje veću važnost novijim promatranjima u vremenskom nizu kako bi predvidjeli buduće vrijednosti (jedan parametar izgladivanja (α) koji kontrolira koliko brzo težina opada za starija promatranja) (Kovačić, 1995). Model je koristan za vremenske nizove bez značajnog trenda ili sezonalnosti, a istovremeno je jednostavan za implementaciju. Osnovni oblik modela jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja dan je izrazom:

$$\hat{Y}_t = \alpha Y_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{Y}_{t-1} \quad (9)$$

gdje je:

\hat{Y}_t – prognozirana vrijednost

Y_t – stvarna vrijednost konstanta izgladivanja

α – konstanta izgladivanja

Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja s trendom (*Holt's Linear Trend Model*, SEST) proširuje model jednostavnoga eksponencijalnoga izgladivanja, dodavanjem izraza za trend komponentu. Koristi se kada podaci posjeduju izraženu komponentu linearnoga trenda. Model se sastoji od jednadžbe za razinu vremenske serije i komponentu trenda. Formula za matematički izraz za Holtov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja je sljedeća (Kovačić, 1995):

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (10)$$

gdje je:

L_t – razina vremenske serije u trenutku t

L_{t-1} – razina vremenske serije u prethodnom trenutku $t - 1$

T_{t-1} – komponenta trenda iz prethodnog trenutka $t - 1$

Y_t – stvarna vrijednost vremenske serije u trenutku t

α – parametar izgladivanja

Inicijalna vrijednost izgladene razine vremenske serije uglavnom je prva stvarna vrijednost u vremenskoj seriji (Y_1). Inicijalna vrijednost može biti i procijenjena vrijednost konstante ($\hat{\beta}_0$) modela jednostavne regresije u kojemu je vrijeme nezavisna varijabla i definirana je sljedećim matematičkim izrazom:

$$L_1 = Y_1 \text{ ili } L_1 = \hat{\beta}_0 \quad (11)$$

Izračunate vrijednosti služe u izračunu izgladenih vrijednosti trenda pomoću sljedeće formule:

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (12)$$

gdje je:

L_t – razina vremenske serije u trenutku t

L_{t-1} – razina vremenske serije u prethodnom trenutku $t - 1$

T_{t-1} – komponenta trenda iz prethodnog trenutka $t - 1$

β – parametar izgladivanja trenda

Konačno, prognoziranje modelom dvostrukog eksponencijalnog izgladivanja dano je izrazom:

$$\hat{Y}_{t+h} = L_t + hT_t \quad (13)$$

gdje je:

\hat{Y}_{t+h} – prognozirana vrijednost u trenutku $t+h$

L_t – razina vremenske serije u trenutku t

T_t – komponenta trenda

h – broj razdoblja za koje se vrši prognoza

Neke od ključnih karakteristika modela eksponencijalnog izgladivanja jesu (Horn, 2018):

- Jednostavnost i učinkovitost: Model je relativno jednostavan za implementaciju i može biti učinkovit za kratkoročne prognoze kada nema izražen trend ili sezonalnost. Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja s trendom je model omogućuje modeliranje podataka s linearnim trendom, što je često slučaj kod rasta broja korisnika telekomunikacijskih usluga.
- Prilagodljivost: Eksponencijalno izgladivanje dodjeljuje veću težinu recentnim podacima, što je korisno u dinamičnim okruženjima kao što su telekomunikacije gdje su noviji podaci često relevantniji.
- Efikasnost s ograničenim podacima: Ovi modeli ne zahtijevaju velike količine povijesnih podataka za precizne prognoze, što može biti korisno ako su dostupni podaci ograničeni.
- Efikasno praćenje promjena: Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja s trendom može efikasno pratiti promjene u trendu korisničke baze, omogućujući brze prilagodbe u prognozama kako bi se reflektirale promjene na tržištu.

- Intuitivnost: Modeli su relativno intuitivni i lako ih je objasniti dionicima, što olakšava njihovo prihvaćanje i implementaciju u poslovne procese.

Modeli eksponencijalnog izgladivanja pružaju moćan alat za analizu vremenskih serija zbog njihove sposobnosti da efikasno reagiraju na nedavne promjene u podacima. Eksponencijalno izgladivanje omogućuje jednostavno praćenje trendova i procjenu budućih vrijednosti, često uz minimalan utjecaj prošlih podataka na trenutne prognoze (Box et al., 2015). Njihova fleksibilnost i lakoća implementacije čine ih popularnim izborom za različite primjene, od ekonomske analize do operativnog planiranja u poslovnim okruženjima.

3. Prognoziranje broja korisnika telekomunikacijskih usluga u Hrvatskoj

U empirijskom dijelu rada izvršene su prognoze broja korisnika telekomunikacijskih usluga primjenom različitih modela prognoziranja temeljenih na analizi vremenske serije. Prognoziranje broja korisnika svakako može koristiti pružateljima usluge u procesu planiranja poslovnih aktivnosti te omogućiti pravovremene prilagodbe u skladu s brojem korisnika usluga. U istraživanju su korišteni podaci prikupljeni sa mrežnih stranica triju telekomunikacijskih operatera koji pružaju usluge na području Hrvatske .

Podaci su prikupljeni za vremenski period ožujka 2017. godine do prosinca 2021. godine, a prognoziranje se vrši za sljedeći kvartal, odnosno za razdoblje od siječnja do travnja 2022. godine. Za prognoziranje su korišteni kvartalni podaci preuzeti sa dostupnih godišnjih financijskih izvještaja odabranih teleoperatera – A, B i C, odnosno sa Zagrebačke burze, Financijske agencije i registra javnih objava te njihovih službenih mrežnih stranica (Zagrebačka burza, 2024.; FINA, 2024). Nakon prikupljanja podataka, izvršena je statističko deskriptivna analiza podataka sa svrhom uočavanja trendova, postojanja sezonskih fluktuacija te eventualnih stršućih vrijednosti ili posebnih događaja od utjecaja na ponašanje broja korisnika. Analiza podataka i prognoziranje izvršeno je pomoću skupa alata za statističku analizu u programu Microsoft Excel te korištenjem POM-QM računalne potpore.

U prognoziranju kretanja broja korisnika korištenu su sljedeći modeli na temelju analize vremenskih serija:

- Naivni modeli I i II.
- Modeli jednostavnih tročlanih pomičnih prosjeka
- Modeli vaganih tročlanih pomičnih prosjeka
- Modeli jednostavnog eksponencijalnoga izgladivanja
- Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja sa trendom

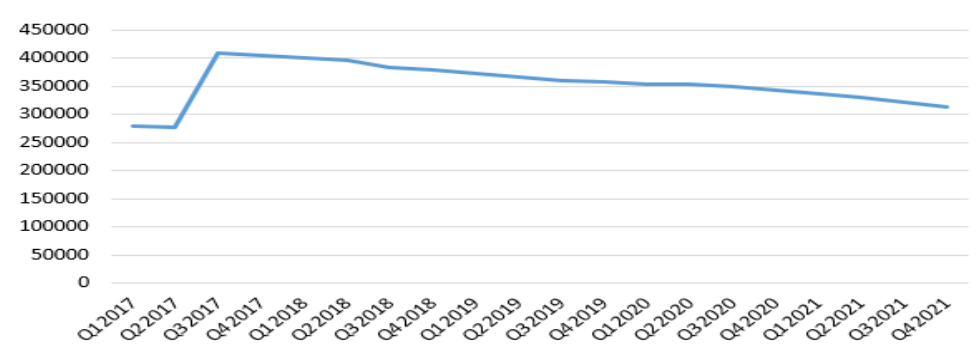
Konačno, rezultati svakog prognoziranja pomoću različitih modela evaluirani su u smislu njihove preciznosti i sposobnosti predviđanja stvarnih podataka. Uspoređene su performanse modela korištenjem mjera prognostičke efikasnosti kako bi se identificirali najučinkovitiji modeli prognoziranja.

3.1. Statističko deskriptivna analiza korištenih varijabli

Statističko deskriptivna analiza korištenih varijabli omogućuje razumijevanje osnovnih karakteristika kretanja broja korisnika triju telekomunikacijskih operatera. Podaci su kvartalni i obuhvaćaju razdoblje od prvog kvartala 2017. do četvrtog kvartala 2021. godine.

Teleoperater A

Za analizu vremenske serije broja korisnika telekomunikacijskog operatera A, s ciljem izrade prognostičkog modela za prvi kvartal 2022. godine, potrebno je provesti nekoliko ključnih koraka. Operater A, kao pružatelj telekomunikacijskih usluga, želi razumjeti trendove rasta ili padanja broja korisnika kako bi planirao resurse, optimizirao operativne procese i razvio strategije za očuvanje ili povećanje tržišnog udjela. Na grafikonu 1 prikazano je kretanje broja korisnika teleoperatera A u promatranom razdoblju.



Grafikon 1. Kretanje broja korisnika teleoperatera A

Izvor: Izrada autora

U tablici 1 prikazani su temeljni pokazatelji statističko deskriptivne analize za teleoperatera A.

Tablica 1. Statističko deskriptivna analiza - teleoperater A

Korisnici	
Srednja vrijednost	354141,1
Standardna greška	8427,115095
Medijan	356307,5
Standardna devijacija	37687,20442
Varijanca uzorka	1420325377
Zaobljenost	0,093113998
Asimetrija	0,530768708
Minimum	276974
Maksimum	409377
Suma	7082822
Broj opažanja	20

Izvor: Izrada autora

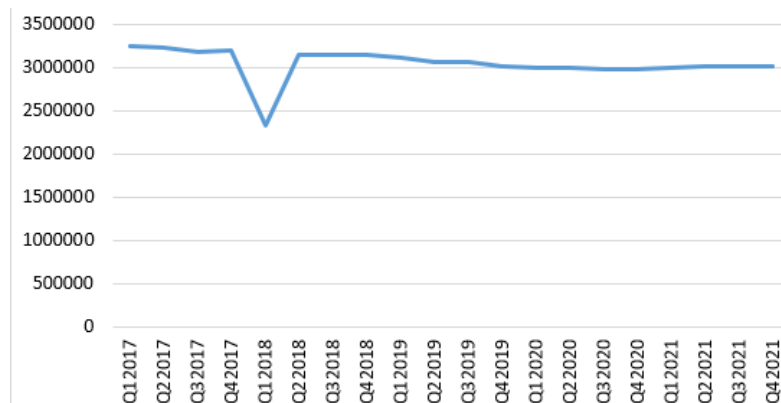
U promatranom razdoblju teleoperater A je imao prosječno 354 141,1 registriranih korisnika po kvartalu, sa standardnom devijacijom od 37 687,20 korisnika.

Medijan od 356,307.5 je blizu srednje vrijednosti, što ukazuje na relativno simetričnu raspodjelu podataka. Koeficijent zaobljenosti od 0,09 i koeficijent asimetrije od 0,53 pokazuju da distribucija ima blagu pozitivnu asimetriju i nije značajno spljoštena, što implicira da podaci imaju umjereno ravnomjernu raspodjelu s malim brojem ekstremnih vrijednosti. Raspon između minimalne (276 974) i maksimalne (409 377) vrijednosti otkriva umjerene razlike u broju korisnika.

Zaključno, iako varijabilnost u broju korisnika teleoperatera A postoji, ona je relativno umjerena u usporedbi s nekim drugim teleoperaterima. Ovi uvidi mogu pomoći u razumijevanju obrasca korisničkog angažmana i u planiranju resursa za poboljšanje usluga.

Teleoperater B

Grafikon 2 prikazuje kretanje broja korisnika teleoperatera B tijekom 20 promatranih kvartala.



Grafikon 2. Kretanje broja korisnika teleoperatera B

Izvor: Izrada autora

U tablici 2 prikazani su rezultati deskriptivno statističke analize.

Tablica 2. Statističko deskriptivna analiza - teleoperater B

Korisnici	
Srednja vrijednost	3042265
Standardna greška	42056,59925
Medijan	3035900
Standardna devijacija	188082,8297
Varijanca uzorka	35375150816
Zaobljenost	10,98461615
Asimetrija	2,874137704
Minimum	2337000
Maksimum	3241000
Suma	60845300
Broj opažanja	20

Izvor: Izrada autora

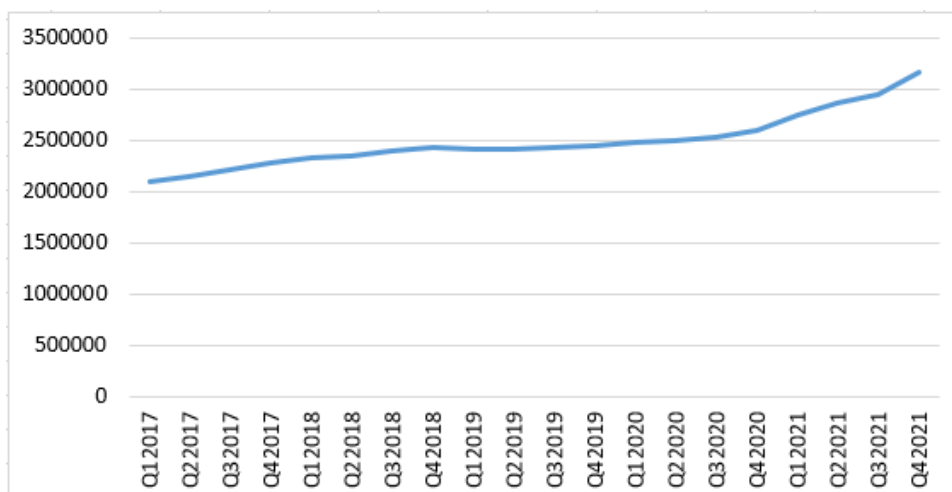
Srednja vrijednost od 3 042 265 prikazuje prosječan broj korisnika po kvartalu sa standardnom devijacijom od 188 082,83 što ukazuje na značajnu varijabilnost u kvartalnom prosječnom broju korisnika. Medijan od 3 035 900 je blizu srednje vrijednosti, što sugerira da distribucija nije značajno pomjerena. Visoka vrijednost koeficijenta zaobljenosti od 10,98

i asimetrije od 2,87 sugeriraju da su podaci izrazito spljošteni s pozitivnom asimetrijom, što upućuje na prisustvo ekstremno velikih vrijednosti. Raspon između minimalne (2 337 000) i maksimalne (3 241 000) vrijednosti pokazuje značajne razlike u broju korisnika, što može ukazivati na velike fluktuacije u broju korisnika tijekom vremena.

Zaključno, značajan pad u broju korisnika teleoperatera B tijekom petog kvartala ukazuje na potrebu za daljnjom analizom uzroka te fluktuacije. Nakon tog pada, broj korisnika se stabilizirao, ali bolje razumijevanje ovog razdoblja moglo bi pomoći u poboljšanju planiranja i optimizaciji usluga u budućnosti.

Teleoperater C

Grafikonom 3 prikazano je kretanje broja korisnika C tijekom 20 promatranih kvartala.



Grafikon 3. Kretanje broja korisnika teleoperatera C

Izvor: Izrada autora

Deskriptivna statistika za broj korisnika teleoperatera C prikazana u tablici 3 nudi uvid u raspodjelu i varijabilnost podataka.

Tablica 3. Statističko deskriptivna analiza - teleoperater C

Korisnici	
Srednja vrijednost	2487575
Standardna greška	59276,17427
Medijan	2428000
Standardna devijacija	265091,1102
Varijanca uzorka	70273296711
Zaobljenost	1,014963485
Asimetrija	1,019459156
Minimum	2095000
Maksimum	3155000
Suma	49751500
Broj opažanja	20

Izvor: Izrada autora

Srednja vrijednost od 2 487 575 prikazuje prosječan broj korisnika, dok standardna greška od 59 276,17 ukazuje na prosječno odstupanje procijenjene srednje vrijednosti. Visoka standardna devijacija od 265 091,11 sugerira značajnu varijabilnost u broju korisnika među mjesecima, što može ukazivati na velike fluktuacije. Medijan od 2 428 000 je blizu srednje vrijednosti, što ukazuje na relativno simetričnu raspodjelu. Koeficijent zaobljenosti od 1,01 i asimetrije od 1,02 sugeriraju da su podaci blago spljošteni s pozitivnom asimetrijom, što ukazuje na prisustvo većeg broja ekstremno velikih vrijednosti. Raspon između minimalnoga broja korisnika (2 095 000) i maksimalnoga broja korisnika (3 155 000) pokazuje značajne razlike u kvartalnome broju korisnika.

Zaključno, kontinuirani rast broja korisnika teleoperatera C ukazuje na uspješan razvoj poslovanja. Daljnja analiza mogla bi pomoći u optimizaciji upravljanja resursima i podršci za nastavak pozitivnog trenda rasta, uz poboljšanje korisničkog iskustva.

3.2. Prognoziranje broja korisnika telekomunikacijskih operatera

U ovom poglavlju diplomskoga rada modelira se i prognozira broj korisnika triju odabranih telekomunikacijskih operatera. U modeliranju i prognoziranju koriste se sljedeći modeli na bazi analize vremenskih serija: naivni modeli I i II, modeli jednostavnih tročlanih pomičnih prosjeka (MA3), modeli vaganih tročlanih pomičnih prosjeka (WMA3), model jednostavnoga eksponencijalnoga izgladivanja (SES) te Holtov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja sa trendom (SEST). Nakon modeliranja i prognoziranja provedena je analiza i usporedba efikasnosti korištenih prognostičkih modela izračunom mjera prognostičke efikasnosti.

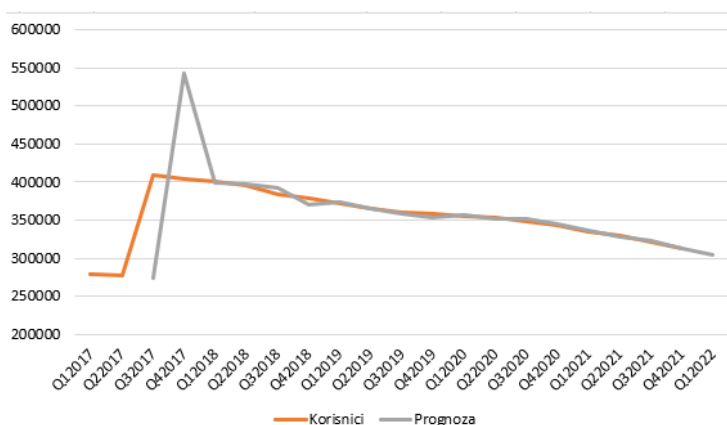
3.2.1. Prognoziranje broja korisnika teleoperatera A

U nastavku su prikazani rezultati modeliranja i prognoziranja broja korisnika teleoperatera A dobiveni primjenom odabranih modela.

Naivni modeli I i II

Rezultati prognoziranja broja korisnika korištenjem naivnog modela II ukazuju na vrijednost broja korisnika teleoperatera A od 321 010 korisnika u odnosu na stvarni broj korisnika od 312 821 u 20. kvartalu.

Rezultati prognoziranja broja korisnika dobiveni primjenom naivnog modela II, prikazani su na grafikonu 4.



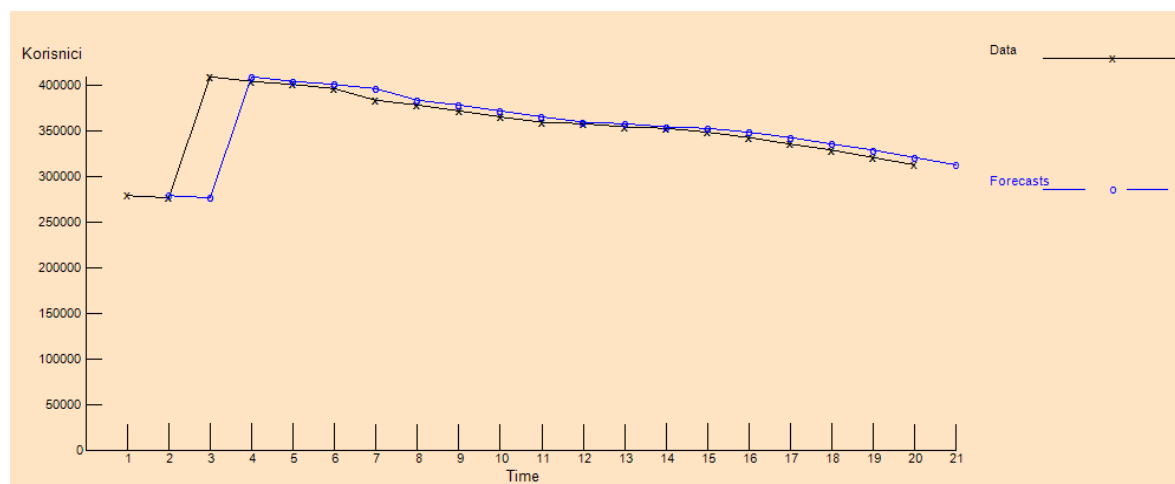
Grafikon 4. Prognoza broja korisnika teleoperatera A dobivena primjenom naivnog modela NII
Izvor: Izrada autora

Iz grafičkoga prikaza je vidljivo da broj korisnika na početku razdoblja bilježi nagli porast do četvrtog kvartala, nakon čega slijedi smanjenje broja korisnika u sljedećim kvartalima. Prognoza pokazuje nastavak trenda opadanja broja korisnika u budućim kvartalima. Takvi podaci mogu biti ključni za strateško planiranje i prilagodbu poslovnih strategija telekomunikacijskog operatera kako bi se zadržali postojeći korisnici i privukli novi.

Naivni model I koristi posljednju poznatu vrijednost za prognoziranje sljedeće vrijednosti, stoga su predviđene vrijednosti jednake stvarnim vrijednostima iz prethodnog kvartala. Tako prognoza za prvi kvartal 2022. godine iznosi 279 410, dok za posljednji kvartal 2022. godine iznosi 321 010 korisnika.

Ukupan broj prognoziranih korisnika teleoperatera A na kraju prvog kvartala 2022. iznosi 7 082 822, dok je prosječan prognozirani broj korisnika po kvartalu 354,141 korisnik. Za sljedeći kvartal, odnos prvi kvartal u 2027 godini broj prognoziranih korisnika teleoperatera A iznosi 312 821 korisnik, sa udjelom standardne pogreške od 3,18%.

Analiza broja korisnika telekomunikacijskog operatera korištenjem naivnog modela I, generiran pomoću aplikacije POMQM (verzija 5) prikazana je na grafikonu 5.



Grafikon 5. Prognoza broja korisnika teleoperatera A putem naivnog modela I
Izvor: Izrada autora

Na početku razdoblja, broj korisnika pokazuje značajan porast do četvrtog kvartala, nakon čega slijedi stabilizacija i potom postupni pad broja korisnika u sljedećim kvartalima.

Modeli jednostavnih tročlanih pomičnih prosjeka

Tablica 4 prikazuje stvarne i prognozirane vrijednosti broja korisnika po kvartalima dobivene korištenjem modela jednostavnih tročlanih pomičnih prosjeka - MA3.

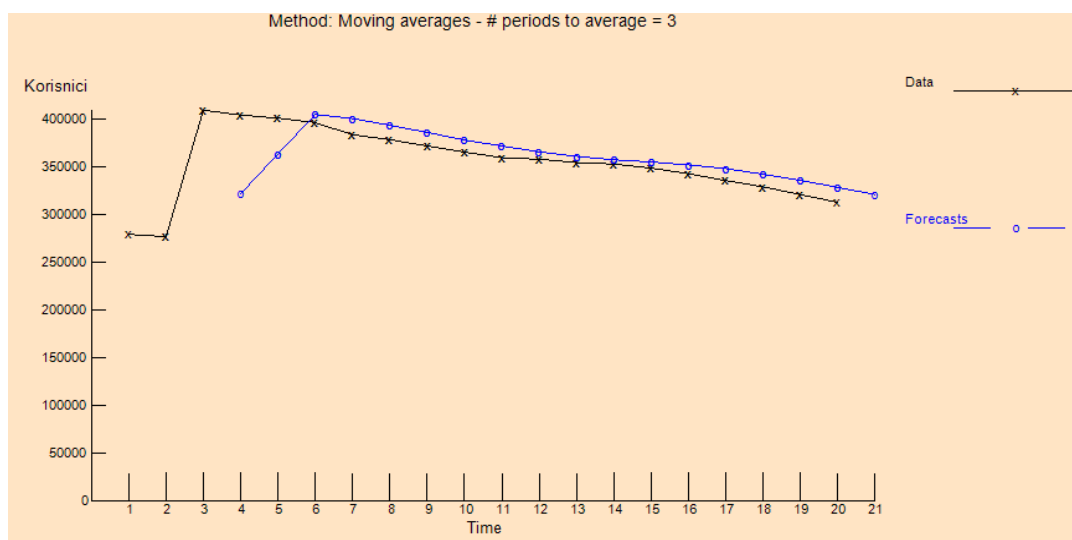
Tablica 4. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom tročlanih pomičnih prosjeka MA3

Kvartali	Korisnici	Forecast	Error	Error	Error^2	Pct Error
1	279.410					
2	276.974					
3	409.377					
4	404.417	321.920	82.497	82.497	6.805.698.000	20,40%
5	401.043	363.589	37.454	37.454	1.402.776.000	9,34%
6	396.360	404.946	- 8.586	8.586	73.713.500	2,17%
7	383.630	400.607	-16.977	16.977	288.206.800	4,43%
8	378.499	393.678	-15.179	15.179	230.391.600	4,01%
9	371.991	386.163	-14.172	14.172	200.845.600	3,81%
10	365.442	378.040	-12.598	12.598	158.709.600	3,45%
11	359.789	371.977	-12.188	12.188	148.555.700	3,39%
12	357.998	365.741	- 7.743	7.743	59.948.720	2,16%
13	354.617	361.076	- 6.459	6.459	41.722.720	1,82%
14	353.041	357.468	- 4.427	4.427	19.598.330	1,25%
15	348.759	355.219	- 6.460	6.460	41.727.160	1,85%
16	342.852	352.139	- 9.287	9.287	86.248.370	2,71%
17	335.653	348.217	-12.564	12.564	157.862.700	3,74%
18	329.139	342.421	-13.282	13.282	176.420.700	4,04%
19	321.010	335.881	-14.871	14.871	221.155.900	4,63%
20	312.821	328.601	-15.780	15.780	248.998.500	5,04%
AVERAGE	354.141	362.805	- 2.978	17.090	609.563.600	4,60%
TOTAL	7.082.822	6.167.683	-50.622	290.523	10.362.580.000	78,24%

Forecast kvartal 21	320.990
----------------------------	---------

Izvor: Izrada autora

Iz tablice je vidljivo da model pomičnog prosjeka MA3 smanjuje utjecaj iznenadnih promjena u broju korisnika, izjednačavajući varijacije i pružajući stabilnije prognoze u usporedbi s naivnim modelom MA3 koji je koristan u situacijama gdje se očekuju manje fluktuacije i gdje prosječne vrijednosti pružaju bolju procjenu budućih trendova što je grafički prikazano na grafikonu 6.



Grafikon 6. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom jednostavnih pomičnih prosjeka MA3
Izvor: Izrada autora

Na grafikonu 6 prikazane su stvarne i prognozirane vrijednosti broja korisnika drugoga operatera, dobivene modelom jednostavnih tročlanih pomičnih prosjeka pomoću POMQM računalne potpore. Stvarne vrijednosti pokazuju nagli porast broja korisnika do četvrtog kvartala, nakon čega slijedi stabilizacija i postupni pad. Prognozirane vrijednosti prate stvarne podatke, ali s manjim vremenskim zaostatkom.

Modeli vaganih tročlanih pomičnih prosjeka

Tablica 5 prikazuje analizu broja korisnika telekomunikacijskog operatera korištenjem modela vaganih pomičnih prosjeka, izrađenih pomoću računalne potpore POMQM. Iz tablice je vidljivo da model vaganih pomičnih prosjeka smanjuje utjecaj iznenadnih promjena u broju korisnika, izjednačavajući varijacije i pružajući stabilnije prognoze. Međutim, kao i svaki model koji se temelji na prosječnim vrijednostima, može imati ograničenu točnost u situacijama s izraženim trendovima ili sezonalnostima.

Tablica 5. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3

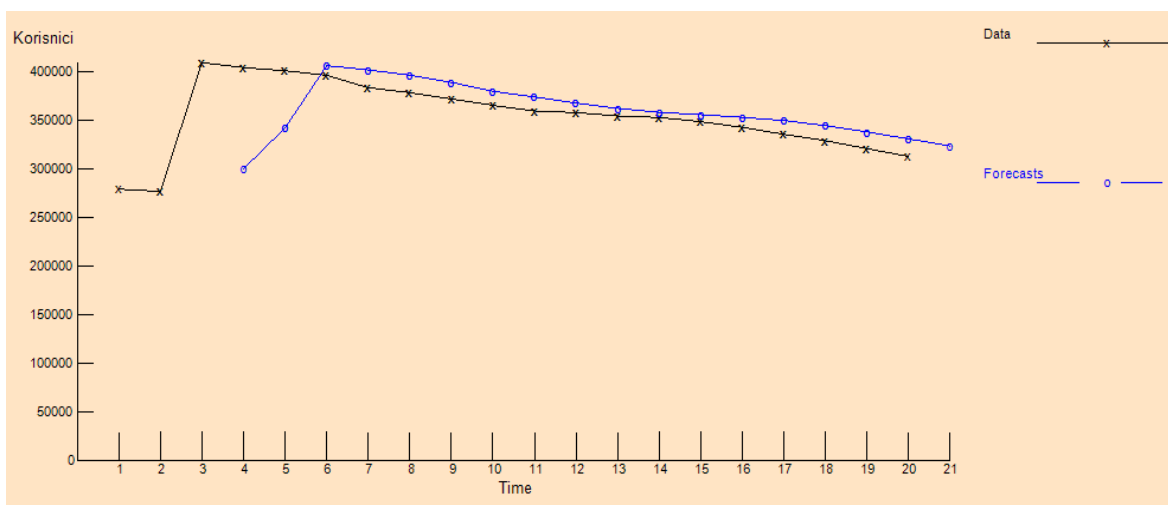
Kvartali	Korisnici	Forecast	Error	Error	Error^2	Pct Error
1	279.410					
2	276.974					
3	409.377					
4	404.417	300.259	104.158	104.158	10.848.850.000	25,76%
5	401.043	342.349	58.694	58.694	3.445.004.000	14,64%
6	396.360	406.335	- 9.975	9.975	99.494.390	2,52%
7	383.630	401.950	- 18.320	18.320	335.604.100	4,78%
8	378.499	396.580	- 18.081	18.081	326.915.800	4,78%
9	371.991	389.140	- 17.149	17.149	294.081.800	4,61%
10	365.442	379.980	- 14.538	14.538	211.348.000	3,98%
11	359.789	374.154	- 14.365	14.365	206.338.900	3,99%
12	357.998	367.774	- 9.776	9.776	95.576.290	2,73%
13	354.617	362.317	- 7.700	7.700	59.290.000	2,17%
14	353.041	358.330	- 5.289	5.289	27.973.520	1,50%
15	348.759	356.045	- 7.286	7.286	53.083.060	2,09%
16	342.852	353.115	- 10.263	10.263	105.335.600	2,99%
17	335.653	349.916	- 14.263	14.263	203.418.900	4,25%
18	329.139	344.606	- 15.467	15.467	239.218.400	4,70%
19	321.010	338.167	- 17.157	17.157	294.356.200	5,35%
20	312.821	331.041	- 18.220	18.220	331.975.200	5,82%
AVERAGE	354.141	361.886	- 2.059	21.218	1.010.463.000	5,69%
TOTAL	7.082.822	6.152.056	- 34.995	360.699	17.177.860.000	96,64%

Forecast kvartal 21	323.710
----------------------------	---------

Izvor: Izrada autora

Stvaran broj korisnika u prvom kvartalu je bio 404 417, a prognozirani 300 259, a u zadnjem kvartalu je prema ovom modelu stvarni broj korisnika bio 312 821, dok prognozirana vrijednost broja korisnika iznosi njih 331 041.

Grafikon 7 prikazuje kretanje stvarnih i prognoziranih vrijednosti broja korisnika telekomunikacijskog operatera A koristeći model WMA3 vaganih pomičnih prosjeka, izrađen pomoću POM-QM računalne potpore.



Grafikon 7. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3
Izvor: Izrada autora

Grafikon 7 pokazuje stvarne podatke koji pokazuju nagli porast broja korisnika do četvrtog kvartala, nakon čega slijedi stabilizacija i postupni pad. Prognozirane vrijednosti prate stvarne podatke, ali s manjim vremenskim zaostatom, karakterističnim za model vaganih pomičnih prosjeka. Ovaj model izjednačava varijacije u podacima i pruža stabilnije prognoze, ali može zaostajati u slučaju brzih promjena u trendovima.

Model jednostavnoga eksponencijalnoga izgladivanja

Tablica 6 prikazuje modelirani i prognozirani broj korisnika teleoperatera A dobiven korištenjem modela jednostavnoga eksponencijalnoga izgladivanja (SES). U prognoziranjju je korištena konstanta izgladivanja $\alpha = 0.4$.

Tablica 6. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja – SES (0.4)

Kvartali	Korisnici	SES (0,4)	AE	APE	$\alpha = 0,4$
1	279.410				MAE 22.059
2	276.974	279.410	2.436	1	MAPE 5,812
3	409.377	278.436	130.941	32	
4	404.417	330.812	73.605	18	
5	401.043	360.254	40.789	10	
6	396.360	376.570	19.790	5	
7	383.630	384.486	856	0	
8	378.499	384.143	5.644	1	
9	371.991	381.886	9.895	3	
10	365.442	377.928	12.486	3	
11	359.789	372.933	13.144	4	
12	357.998	367.676	9.678	3	
13	354.617	363.805	9.188	3	
14	353.041	360.130	7.089	2	
15	348.759	357.294	8.535	2	
16	342.852	353.880	11.028	3	
17	335.653	349.469	13.816	4	
18	329.139	343.943	14.804	4	
19	321.010	338.021	17.011	5	
20	312.821	331.217	18.396	6	
21		323.858			

Izvor: Izrada autora

Na početku, model daje relativno velike greške u prognozama, što se vidi u visokoj apsolutnoj postotnoj grešci (APE) posebno u trećem kvartalu (31.986%). S vremenom, model se stabilizira i greške postaju manje, kao što se može vidjeti od sedmog kvartala nadalje, gdje APE značajno opada i ostaje relativno niska. Prosječna apsolutna greška (MAE) iznosi 22059, dok je prosječna apsolutna postotna greška (MAPE) 5,812%. Navedeno sugerira da model općenito daje prihvatljive prognoze s određenom preciznošću, iako postoje razdoblja s većim odstupanjima.

Naknadno je izvršena optimizacija konstante izgladivanja korištenjem MSExcel "Solver" dodatka s ciljem smanjenja pogreška prognoziranja broja korisnika. Cilj je minimizirati prosječnu apsolutnu postotnu grešku (MAPE) podešavanjem faktora izgladivanja α unutar intervala od 0 do 1. Nakon optimizacije, dobivena je optimalna vrijednost $\alpha = 0,963$, što je rezultiralo preciznijim prognozama. Nova vrijednost MAPE iznosi 3,161%, dok je prosječna apsolutna greška (MAE) smanjena na 12 083.

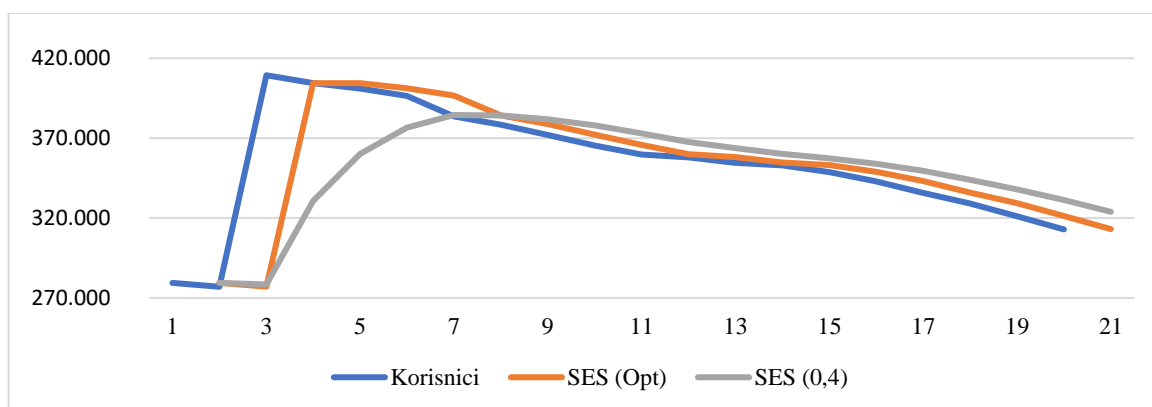
Tablica 7. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom optimiziranog jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja

Kvartali	Korisnici	SES (Opt)	AE	APE
1	279.410			
2	276.974	279.410	2.436	1
3	409.377	277.065	132.312	32
4	404.417	404.417	0	0
5	401.043	404.417	3.374	1
6	396.360	401.169	4.809	1
7	383.630	396.540	12.910	3
8	378.499	384.114	5.615	1
9	371.991	378.709	6.718	2
10	365.442	372.243	6.801	2
11	359.789	365.697	5.908	2
12	357.998	360.010	2.012	1
13	354.617	358.073	3.456	1
14	353.041	354.747	1.706	0
15	348.759	353.105	4.346	1
16	342.852	348.922	6.070	2
17	335.653	343.080	7.427	2
18	329.139	335.931	6.792	2
19	321.010	329.394	8.384	3
20	312.821	321.324	8.503	3
21		313.140		

$\alpha = 0,963$
MAE 12.083
MAPE 3,161

Izvor: Izrada autora

Grafikon 8 prikazuje usporedbu stvarnoga i prognoziranoga broja korisnika dobivenih modelima jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja (SES) s optimiziranom vrijednošću konstante izgladivanja $\alpha = 0,963$ i SES sa konstantnom $\alpha = 0,4$ za telekomunikacijskog operatera A.



Grafikon 8. Usporedba prognoziranih vrijednosti broja korisnika modelom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja -teleoperater A
Izvor: Izrada autora

Optimizacijom konstante izgladivanja, model je učinkovitiji, a prognoze bolje prate stvarne vrijednosti, posebno tijekom naglih šokova kao što su nagli porast i pad broja korisnika između četvrtog i petog kvartala.

Holtov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja sa trendom

Kako bi se dodatno unaprijedilo prognoziranje broja korisnika za tri telekomunikacijska operatera, korišten je Holtov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja sa trendom. Ovaj model omogućuje uzimanje u obzir i trendova u podacima, što može rezultirati preciznijim predviđanjima.

Prognoziranje broja korisnika provedeno je korištenjem MS Excel računalne potpore te na nakon prognoziranja provedena optimizacija konstanti izgladivanja α i β izvorno postavljenim na vrijednost od 0.5. Korištenjem Holtovog dvoparametarskoga modela linearnog eksponencijalnog izgladivanja sa trendom omogućeno je izoliranje i modeliranje kako razine tako i trend komponente vremenske serije broja korisnika, pružajući dublji uvid u buduće kretanje broja korisnika.

Rezultati prognoziranja prikazani su u tablici 8.

Tablica 8. Prognoza broja korisnika teleoperatera A Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (0.5, 0.5)

Kvartali	Korisnici	L	T	F	AE	APE	$\alpha = 0,5$ $\beta = 0,5$ MAE 22.443 MAPE 6,000
1	279.410	279.410					
2	276.974	278.192	- 609	279.410	2.436	0,876	
3	409.377	343.480	32.340	277.583	131.794	38,370	
4	404.417	390.118	39.489	375.820	28.598	7,330	
5	401.043	415.325	32.348	429.607	28.564	6,878	
6	396.360	422.016	19.520	447.673	51.313	12,159	
7	383.630	412.583	5.043	441.536	57.906	14,035	
8	378.499	398.063	- 4.739	417.626	39.127	9,829	
9	371.991	382.657	-10.072	393.324	21.333	5,575	
10	365.442	369.014	-11.858	372.586	7.144	1,936	
11	359.789	358.472	-11.200	357.156	2.633	0,735	
12	357.998	352.635	- 8.518	347.273	10.725	3,041	
13	354.617	349.367	- 5.893	344.117	10.500	3,005	
14	353.041	348.257	- 3.502	343.474	9.567	2,747	
15	348.759	346.757	- 2.501	344.756	4.003	1,154	
16	342.852	343.554	- 2.852	344.257	1.405	0,409	
17	335.653	338.178	- 4.114	340.702	5.049	1,493	
18	329.139	331.601	- 5.345	334.063	4.924	1,485	
19	321.010	323.633	- 6.657	326.256	5.246	1,621	
20	312.821	314.899	- 7.696	316.976	4.155	1,319	
21				307.203			
22				299.507			
23				291.812			

Izvor: Izrada autora

U trećem kvartalu dolazi do značajne pogreške u prognozi, što se očituje kroz visoku apsolutnu grešku od 131 794 i apsolutnu postotnu grešku od 38,370%. Kako se krećemo kroz kvartale, model pokazuje varijacije u točnosti, pri čemu pogreške opadaju i rastu u različitim razdobljima. Na primjer, u šestom kvartalu apsolutna postotna greška iznosi 12.159%, dok u dvanaestom kvartalu iznosi samo 0,562%, što ukazuje na značajnu oscilaciju u preciznosti modela.

Prosječna apsolutna greška (MAE) iznosi 22 443 korisnika, dok prosječna apsolutna postotna greška (MAPE) iznosi 6%. Pokazatelji sugeriraju da model, iako osjetljiv na nagle promjene u broju korisnika, uspijeva bolje pratiti dugoročne trendove u odnosu na jednostavnije metode izgladivanja. Međutim, prisutne su određene pogreške koje variraju ovisno o specifičnim promjenama u podacima. Ova varijabilnost ukazuje na potrebu za daljnjim finim podešavanjem modela ili korištenjem dodatnih metoda za poboljšanje točnosti prognoza. U svrhu poboljšanja prognostičke efikasnosti modela izvršena je

optimizacija konstanti izgladivanja koristeći MSExcel Solver dodatak. Rezultati su prikazani u tablici 9.

Tablica 9. Prognoza broja korisnika teleoperatera A Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (1, 0.528)

Kvartali	Korisnici	L	T	F	AE	APE
1	279.410	279.410				
2	276.974	276.974	- 1.287	279.410	2.436	0,880
3	409.377	409.377	69.341	275.687	133.690	32,657
4	404.417	404.417	30.088	478.718	74.301	18,372
5	401.043	401.043	12.410	434.505	33.462	8,344
6	396.360	396.360	3.380	413.453	17.093	4,313
7	383.630	383.630	- 5.131	399.740	16.110	4,199
8	378.499	378.499	- 5.131	378.499	0	0,000
9	371.991	371.991	- 5.858	373.368	1.377	0,370
10	365.442	365.442	- 6.223	366.133	691	0,189
11	359.789	359.789	- 5.922	359.219	570	0,159
12	357.998	357.998	- 3.740	353.867	4.131	1,154
13	354.617	354.617	- 3.550	354.258	359	0,101
14	353.041	353.041	- 2.507	351.067	1.974	0,559
15	348.759	348.759	- 3.445	350.534	1.775	0,509
16	342.852	342.852	- 4.746	345.314	2.462	0,718
17	335.653	335.653	- 6.042	338.106	2.453	0,731
18	329.139	329.139	- 6.291	329.611	472	0,143
19	321.010	321.010	- 7.262	322.848	1.838	0,572
20	312.821	312.821	- 7.752	313.748	927	0,296
21				305.069		
22				297.317		
23				289.566		

$\alpha = 1$
$\beta = 0,528$
MAE 15.585
MAPE 3,909

Izvor: Izrada autora

Postupak optimizacije rezultirao je sljedećim vrijednostima konstanti izgladivanja: $\alpha = 1$ i $\beta = 0,528$.

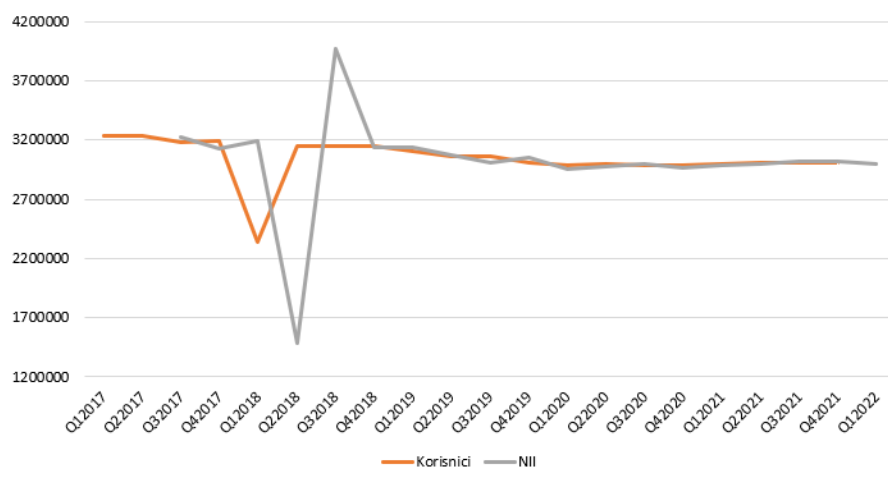
Model pokazuje značajne pogreške, posebno u trećem kvartalu s apsolutnom greškom od 133 690 korisnika i apsolutnom postotnom greškom od 32,657%. No pogreške se postupno smanjuju, dostižući vrlo niske vrijednosti u kasnijim kvartalima, što ukazuje na povećanje preciznosti. Prosječna apsolutna greška (MAE) iznosi 15 585, dok prosječna apsolutna postotna greška (MAPE) iznosi 3,909%. Optimizacija pomoću Solver alata značajno je poboljšala točnost prognoza, čime Holtov dvoparametarski model bolje prati dugoročne trendove i preciznije predviđa broj korisnika za operatera A.

3.2.2. Prognoziranje korisnika teleoperatera B

Prognoziranje broja korisnika predstavlja jedan od ključnih aspekata strateškog planiranja za telekomunikacijske operatore. Razumijevanje budućih trendova u broju korisnika omogućuje operaterima da efikasno upravljaju mrežnim resursima, planiraju financijske strategije i razvijaju nove usluge koje zadovoljavaju potrebe tržišta. U dinamičnom okruženju telekomunikacijske industrije, gdje su korisničke potrebe i tehnologija u stalnoj evoluciji, precizne prognoze su ključne za održavanje konkurentске prednosti i osiguranje kontinuiranog rasta. U nastavku su prikazani rezultati prognoziranja broja korisnika teleoperatera B.

Naivni modeli

Grafikon 9 prikazuje kretanje stvarnih i prognoziranih broja korisnika temeljem naivnog modela II.



Grafikon 9. Prognoza broja korisnika teleoperatera B naivnim modelom NII

Izvor: Izrada autora

Iz podataka je vidljivo da stvarni broj korisnika u početku pokazuje stabilan trend, ali ubrzo dolazi do značajnih oscilacija. Između 4. i 6. kvartala broj korisnika drastično pada, što može sugerirati i na pojavu eksternoga šoka ili probleme u poslovanju. Nakon izrazitoga pada broja korisnika, dolazi do naglog oporavka, a zatim se broj korisnika ponovno stabilizira i slijedi lagani opadajući trend s manjim oscilacijama do kraja prikazanog perioda.

Tablica 10 prikazuje prognoziranje vrijednosti broja korisnika teleoperatera „B“ koristeći naivni model I.

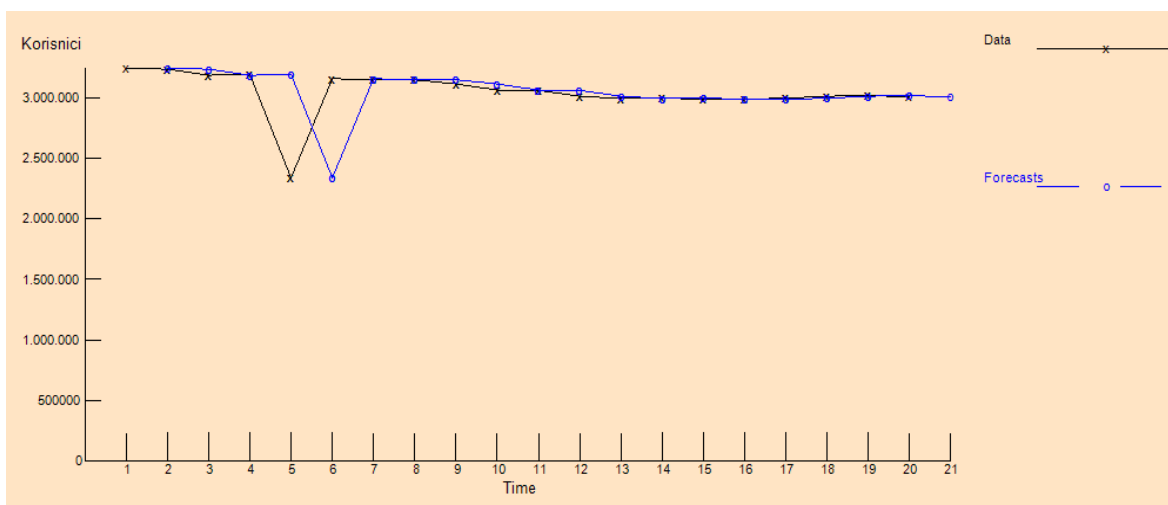
Tablica 10. Prognoza broja korisnika teleoperatera B putem naivnog modela I

Kvartali	Korisnici	Forecast	Error	Error	Error^2	Pct Error
1	3.241.000					
2	3.232.800	3.241.000	- 8.200	8.200	67.240.000	0,00254
3	3.182.000	3.232.800	- 50.800	50.800	2.580.640.000	0,01596
4	3.190.000	3.182.000	8.000	8.000	64.000.000	0,25%
5	2.337.000	3.190.000	-853.000	853.000	727.609.000.000	36,50%
6	3.154.000	2.337.000	817.000	817.000	667.489.000.000	25,90%
7	3.147.000	3.154.000	- 7.000	7.000	49.000.000	0,22%
8	3.145.000	3.147.000	- 2.000	2.000	4.000.000	0,06%
9	3.111.000	3.145.000	- 34.000	34.000	1.156.000.000	1,09%
10	3.061.000	3.111.000	- 50.000	50.000	2.500.000.000	1,63%
11	3.058.000	3.061.000	- 3.000	3.000	9.000.000	0,10%
12	3.009.000	3.058.000	- 49.000	49.000	2.401.000.000	1,63%
13	2.991.500	3.009.000	- 17.500	17.500	306.250.000	0,59%
14	2.996.000	2.991.500	4.500	4.500	20.250.000	0,15%
15	2.983.000	2.996.000	- 13.000	13.000	169.000.000	0,44%
16	2.985.000	2.983.000	2.000	2.000	4.000.000	0,07%
17	2.993.700	2.985.000	8.700	8.700	75.690.000	0,29%
18	3.009.500	2.993.700	15.800	15.800	249.640.000	0,53%
19	3.013.800	3.009.500	4.300	4.300	18.490.000	0,14%
20	3.005.000	3.013.800	- 8.800	8.800	77.440.000	0,29%
AVERAGE	3.042.265	3.044.226	- 12.421	102.979	73.939.460.000	3,78%
TOTAL	60.845.300	57.840.300	-236.000	1.956.600	1.404.850.000.000	71,73%

Forecast kvartal 21	3.005.000
----------------------------	-----------

Izvor: Izrada autora

U stabilnim periodima, poput početka vremenskog niza, prognoza i stvarni podaci su vrlo bliski. Međutim, tijekom perioda oscilacija između kvartala 4 i 6, prognoza ne uspijeva odražavati stvarne promjene, pokazujući ograničenja naivnog modela. Nakon kvartala 8, prognoza postaje preciznija u smislu praćenja padajućeg trenda, iako ne odražava manje oscilacije koje su prisutne u stvarnim podacima. Ovo ukazuje na to da naivni model može pružiti osnovnu ideju o smjeru trenda, ali nije sposoban predvidjeti detalje i nepravilnosti koje se javljaju u stvarnim podacima. Grafikon prikazuje prognozu broja korisnika telekomunikacijskog operatera „B“ koristeći naivni model I pomoću POM-QM računalne potpore.



Grafikon 10. Prognoza broja korisnika teleoperatera B putem naivnog modela I
Izvor: Izrada autora

Stvarni podaci pokazuju relativno stabilan broj korisnika s dva značajna pada u četvrtom i šestom kvartalu, nakon čega slijedi oporavak i stabilizacija. Prognozirane vrijednosti prate stvarne podatke, ali pokazuju manja odstupanja u periodima s naglim promjenama.

Grafički prikaz jasno ilustrira kako model prati trendove u stvarnim podacima, iako postoje određena odstupanja u kvartalima s iznenadnim padovima broja korisnika. Ovaj prikaz omogućuje vizualnu usporedbu stvarnih i prognoziranih vrijednosti, pružajući uvid u učinkovitost modela prognoziranja za drugog telekomunikacijskog operatera.

Zaključno, iako naivni model I može biti koristan za pružanje osnovnog pregleda budućih trendova, njegova jednostavnost znači da nije prikladan za situacije s velikim promjenama ili oscilacijama. Za preciznije prognoze, bilo bi korisno razmotriti naprednije modele koje uzimaju u obzir sezonalnost, trendove i potencijalne vanjske faktore.

Model jednostavnih tročlanih pomičnih prosjeka

Rezultati primjene modela tročlanih jednostavnih pomičnih prosjeka prikazani su u tablici 11. Iz tablice je vidljivo da model pomičnih prosjeka pruža stabilne prognoze u većini kvartala, iako postoje značajna odstupanja u kvartalima s naglim promjenama, posebno u četvrtom i petom kvartalu. Model učinkovito izjednačava varijacije i smanjuje utjecaj iznenadnih promjena, pružajući pregled općeg trenda broja korisnika.

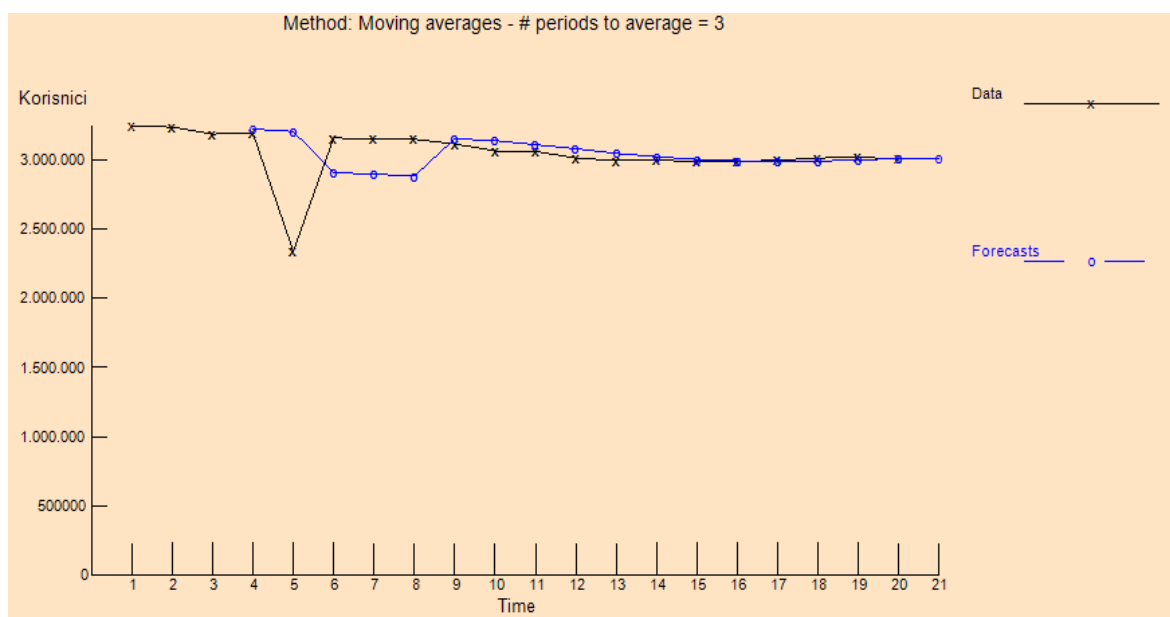
Tablica 11. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom pomičnih prosjeka MA3

Kvartali	Korisnici	Forecast	Error	Error	Error^2	Pct Error
1	3.241.000					
2	3.232.800					
3	3.182.000					
4	3.190.000	3.218.600	- 28.600	28.600	817.945.700	0,90%
5	2.337.000	3.201.600	- 864.600	864.600	747.533.200.000	37,00%
6	3.154.000	2.903.000	251.000	251.000	63.001.000.000	7,96%
7	3.147.000	2.893.667	253.333	253.333	64.177.730.000	8,05%
8	3.145.000	2.879.333	265.667	265.667	70.578.820.000	8,45%
9	3.111.000	3.148.667	- 37.667	37.667	1.418.765.000	1,21%
10	3.061.000	3.134.334	- 73.334	73.334	5.377.802.000	2,40%
11	3.058.000	3.105.667	- 47.667	47.667	2.272.095.000	1,56%
12	3.009.000	3.076.667	- 67.667	67.667	4.578.755.000	2,25%
13	2.991.500	3.042.667	- 51.167	51.167	2.618.036.000	1,71%
14	2.996.000	3.019.500	- 23.500	23.500	552.250.000	0,78%
15	2.983.000	2.998.834	- 15.834	15.834	250.699.700	0,53%
16	2.985.000	2.990.167	- 5.167	5.167	26.695.310	0,17%
17	2.993.700	2.988.000	5.700	5.700	32.490.000	0,19%
18	3.009.500	2.987.233	22.267	22.267	495.808.200	0,74%
19	3.013.800	2.996.067	17.733	17.733	314.468.200	0,59%
20	3.005.000	3.005.667	- 667	667	444.222	0,02%
AVERAGE	3.042.265	3.034.686	- 23.539	119.504	56.708.640.000	4,38%
TOTAL	60.845.300	54.624.356	- 400.166	2.031.566	964.046.900.000	74,50%

Forecast kvartal 21	3.009.434
----------------------------	-----------

Izvor: Izrada autora

Na grafikonu 11 prikazane su stvarne i prognozirane vrijednosti broja korisnika.



Grafikon 11. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom pomičnih prosjeka MA3

Izvor: Izrada autora

Vidljivo je da stvarni podaci pokazuju relativno stabilan broj korisnika s naglim padom u četvrtom i petom kvartalu, nakon čega slijedi oporavak. Prognozirane vrijednosti prate stvarne podatke, iako postoje određena odstupanja u periodima s naglim promjenama.

Model pomičnih prosjeka uspijeva izjednačiti varijacije u podacima, pružajući stabilnije prognoze koje smanjuju utjecaj iznenadnih promjena. Međutim, u razdobljima s brzim promjenama broja korisnika, prognoze mogu zaostajati za stvarnim vrijednostima, što je vidljivo u četvrtom i petom kvartalu.

Model vaganih tročlanih pomičnih prosjeka

Rezultati prognoziranja broja korisnika telekomunikacijskog operatera B korištenjem modela vaganih tročlanih pomičnih prosjeka prikazani su u tablici 12.

Tablica 12. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3

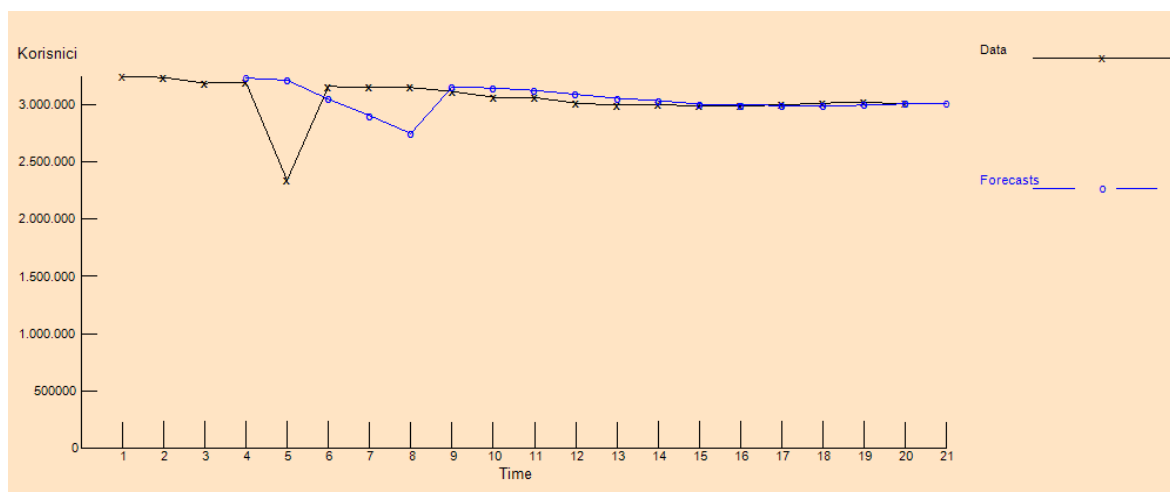
Kvartali	Korisnici	Forecast	Error	Error	Error^2	Pct Error
1	3.241.000					
2	3.232.800					
3	3.182.000					
4	3.190.000	3.228.433	- 38.433	38.433	1.477.115.000	1,21%
5	2.337.000	3.208.734	- 871.734	871.734	759.919.300.000	37,30%
6	3.154.000	3.043.834	110.167	110.167	12.136.660.000	3,49%
7	3.147.000	2.899.667	247.333	247.333	61.173.740.000	7,86%
8	3.145.000	2.744.334	400.667	400.667	160.533.600.000	12,74%
9	3.111.000	3.150.167	- 39.167	39.167	1.534.015.000	1,26%
10	3.061.000	3.140.334	- 79.334	79.334	6.293.804.000	2,59%
11	3.058.000	3.119.667	- 61.667	61.667	3.802.757.000	2,02%
12	3.009.000	3.085.500	- 76.500	76.500	5.852.250.000	2,54%
13	2.991.500	3.051.334	- 59.834	59.834	3.580.048.000	2,00%
14	2.996.000	3.030.584	- 34.584	34.584	1.196.018.000	1,15%
15	2.983.000	3.001.000	- 18.000	18.000	324.000.000	0,60%
16	2.985.000	2.991.584	- 6.584	6.584	43.342.470	0,22%
17	2.993.700	2.989.834	3.867	3.867	14.949.820	0,13%
18	3.009.500	2.985.450	24.050	24.050	578.402.500	0,80%
19	3.013.800	2.991.984	21.817	21.817	475.959.700	0,72%
20	3.005.000	3.002.317	2.684	2.684	7.201.172	0,09%
AVERAGE	3.042.265	3.039.103	- 27.956	123.319	59.937.830.000	4,51%
TOTAL	60.845.300	51.664.757	- 475.251	2.096.417	1.018.943.000.000	76,73%

Forecast kvartal 21	3.010.184
----------------------------	-----------

Izvor: Izrada autora

Model vaganih pomičnih prosjeka pokušava izjednačiti varijacije u broju korisnika, ali pokazuje značajna odstupanja u kvartalima s naglim promjenama, posebno u četvrtom i petom kvartalu. Ipak, model pruža stabilne prognoze u većini kvartala, smanjujući utjecaj iznenadnih promjena i pružajući pregled općeg trenda broja korisnika.

Grafikon 12 prikazuje kretanje broja korisnika telekomunikacijskog operatera B korištenjem modela vaganih pomičnih prosjeka, generiran pomoću računalne potpore POMQM.



Grafikon 12. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3
Izvor: Izrada autora

Stvarni podaci pokazuju relativno stabilan broj korisnika s naglim padovima u četvrtom i šestom kvartalu, nakon čega slijedi oporavak i stabilizacija. Prognozirane vrijednosti prate stvarne podatke, iako postoje manja odstupanja u razdobljima s brzim promjenama.

Grafički prikaz ilustrira kako model vaganih pomičnih prosjeka pokušava izjednačiti varijacije u broju korisnika, pružajući stabilnije prognoze koje smanjuju utjecaj iznenadnih promjena. Unatoč tome, u razdobljima s brzim promjenama broja korisnika, prognoze mogu zaostajati za stvarnim vrijednostima, što je vidljivo u četvrtom i šestom kvartalu.

Model jednostavnoga eksponencijalnoga izgladivanja

Za telekomunikacijske operatere poput teleoperatera B, precizna prognoza broja korisnika je ključna za učinkovito planiranje resursa, razvoj novih usluga i održavanje konkurentske prednosti. U dinamičnom i brzo mijenjajućem telekomunikacijskom sektoru, gdje se korisničke preferencije i tržišni uvjeti mogu brzo mijenjati, metode koje omogućuju brzu prilagodbu i točna predviđanja postaju nezamjenjive.

U tablici 13 prikazani su rezultati prognoziranja broja korisnika teleoperatera B dobiveni korištenjem modela jednostavnoga eksponencijalnog izgladivanja (SES) sa konstantom izgladivanja $\alpha = 0.4$.

Tablica 13. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja – SES (0.4)

Kvartali	Korisnici	SES (0,4)	AE	APE	$\alpha = 0,400$ MAE 96.458 MAPE 3,587
1	3.241.000				
2	3.232.800	3.241.000	8.200	0,254	
3	3.182.000	3.237.720	55.720	1,751	
4	3.190.000	3.215.432	25.432	0,797	
5	2.337.000	3.205.259	868.259	37,153	
6	3.154.000	2.857.956	296.044	9,386	
7	3.147.000	2.976.373	170.627	5,422	
8	3.145.000	3.044.624	100.376	3,192	
9	3.111.000	3.084.774	26.226	0,843	
10	3.061.000	3.095.265	34.265	1,119	
11	3.058.000	3.081.559	23.559	0,770	
12	3.009.000	3.072.135	63.135	2,098	
13	2.991.500	3.046.881	55.381	1,851	
14	2.996.000	3.024.729	28.729	0,959	
15	2.983.000	3.013.237	30.237	1,014	
16	2.985.000	3.001.142	16.142	0,541	
17	2.993.700	2.994.685	985	0,033	
18	3.009.500	2.994.291	15.209	0,505	
19	3.013.800	3.000.375	13.425	0,445	
20	3.005.000	3.005.745	745	0,025	
21		3.005.447			

Izvor: Izrada autora

Na početku, model pokazuje razmjerno niske apsolutne postotne greške (APE) s izuzetkom petog kvartala, gdje greška značajno raste (37.153%). To sugerira da je u petom kvartalu došlo do većeg odstupanja stvarne vrijednosti od predviđene. Nakon tog kvartala, model se stabilizira i greške se smanjuju, što je vidljivo iz konstantno niskih APE vrijednosti u sljedećim kvartalima. Prosječna apsolutna greška (MAE) iznosi 96458, dok je prosječna apsolutna postotna greška (MAPE) 3.587%. To pokazuje da je model općenito vrlo točan, s niskim prosječnim odstupanjem između stvarnih i predviđenih vrijednosti. Stabilnost modela nakon petog kvartala sugerira da se može pouzdano koristiti za predviđanje broja korisnika s prihvatljivom razinom točnosti.

Naknadno je provedena optimizacija vrijednosti konstante izgladivanja pomoću MSExcel "Solver" dodatka. Cilj optimizacije je minimiziranje prosječne apsolutne postotne pogreške (MAPE). Nakon optimizacije, dobivena je optimalna vrijednost $\alpha = 0.205$, što je rezultiralo preciznijim prognozama kako je prikazano u tablici 14.

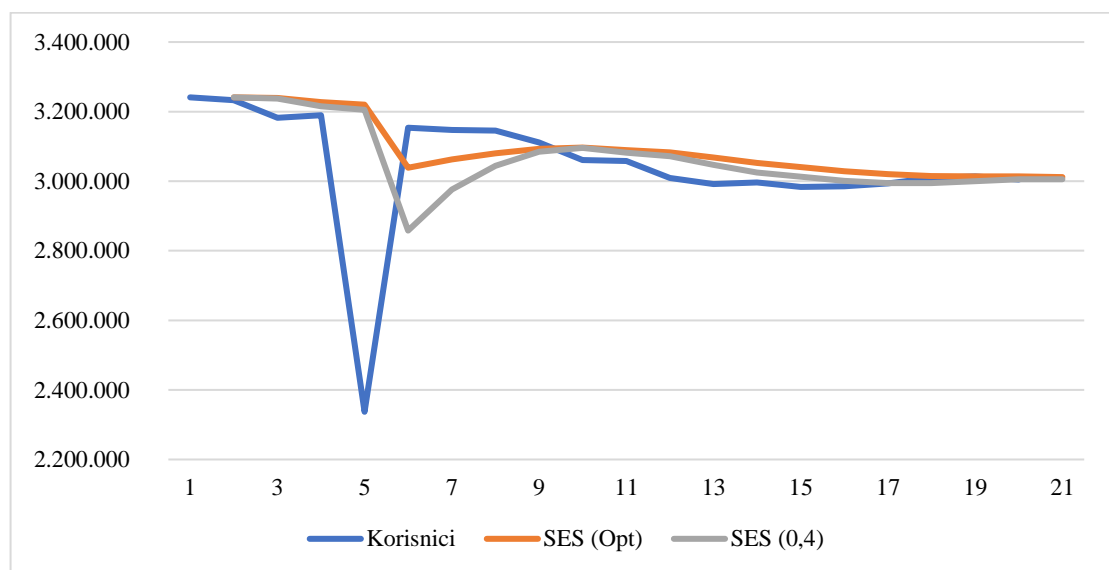
Tablica 14. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom optimiziranog jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja

Kvartali	Korisnici	SES (Opt)	AE	APE	$\alpha = 0,205$ MAE 88.637 MAPE 3,359
1	3.241.000				
2	3.232.800	3.241.000	8.200	0,254	
3	3.182.000	3.239.317	57.317	1,801	
4	3.190.000	3.227.555	37.555	1,177	
5	2.337.000	3.219.848	882.848	37,777	
6	3.154.000	3.038.675	115.325	3,656	
7	3.147.000	3.062.342	84.658	2,690	
8	3.145.000	3.079.715	65.285	2,076	
9	3.111.000	3.093.112	17.888	0,575	
10	3.061.000	3.096.783	35.783	1,169	
11	3.058.000	3.089.440	31.440	1,028	
12	3.009.000	3.082.988	73.988	2,459	
13	2.991.500	3.067.805	76.305	2,551	
14	2.996.000	3.052.146	56.146	1,874	
15	2.983.000	3.040.624	57.624	1,932	
16	2.985.000	3.028.799	43.799	1,467	
17	2.993.700	3.019.811	26.111	0,872	
18	3.009.500	3.014.452	4.952	0,165	
19	3.013.800	3.013.436	364	0,012	
20	3.005.000	3.013.511	8.511	0,283	
21		3.011.764			

Izvor: Izrada autora

Nova vrijednost MAPE iznosi 3,359%, dok je prosječna apsolutna greška (MAE) smanjena na 88 637 korisnika. U tablici su prikazani stvarni i predviđeni brojevi korisnika, apsolutne greške (AE) i apsolutne postotne greške (APE) za svaki kvartal, pokazavši značajno poboljšanje točnosti prognoza nakon optimizacije.

Grafikon 13 prikazuje usporedbu stvarnih i prognoziranih vrijednosti broja korisnika pomoću jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja (SES) s optimiziranom konstantom izgladivanja $\alpha = 0.205$ i SES s konstantom $\alpha = 0.4$ za telekomunikacijskog operatera B.



Grafikon 13. Usporedba prognoza za metodom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja - teleoperater B
Izvor: Izrada autora

Model sa optimiziranom vrijednošću konstante izgladivanja faktor bolje prati stvarne vrijednosti, posebno tijekom naglih promjena, kao što je značajan pad broja korisnika između četvrtog i petog kvartala, što ukazuje na prednosti korištenja postupka optimizacije konstante izgladivanja u svrhu povećanja prognostičke efikasnosti modela.

Holtov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja sa trendom

Tablica 15 prikazuje rezultate prognoziranja broja korisnika telekomunikacijskog operatera B korištenjem Holtovog dvoparametarskog modela linearnoga eksponencijalnoga

izglađivanja sa trendom i s konstantama izglađivanja $\alpha = 0.5$ i $\beta = 0.5$. Prva kolona sadrži kvartale, dok druga prikazuje stvarni broj korisnika za svaki kvartal.

Tablica 15. Prognoza broja korisnika teleoperatera B Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (0.5, 0.5)

Kvartali	Korisnici	L	T	F	AE	APE
1	3.241.000	3.241.000	-			
2	3.232.800	3.236.900	- 2.050	3.241.000	8.200	0,253
3	3.182.000	3.208.425	- 15.263	3.234.850	52.850	1,647
4	3.190.000	3.191.581	- 16.053	3.193.163	3.163	0,099
5	2.337.000	2.756.264	-225.685	3.175.528	838.528	30,423
6	3.154.000	2.842.289	- 69.830	2.530.579	623.421	21,934
7	3.147.000	2.959.730	23.805	2.772.460	374.540	12,655
8	3.145.000	3.064.268	64.171	2.983.535	161.465	5,269
9	3.111.000	3.119.719	59.812	3.128.439	17.439	0,559
10	3.061.000	3.120.266	30.179	3.179.531	118.531	3,799
11	3.058.000	3.104.222	7.068	3.150.445	92.445	2,978
12	3.009.000	3.060.145	- 18.505	3.111.290	102.290	3,343
13	2.991.500	3.016.570	- 31.040	3.041.640	50.140	1,662
14	2.996.000	2.990.765	- 28.422	2.985.530	10.470	0,350
15	2.983.000	2.972.671	- 23.258	2.962.343	20.657	0,695
16	2.985.000	2.967.207	- 14.361	2.949.413	35.587	1,199
17	2.993.700	2.973.273	- 4.148	2.952.845	40.855	1,374
18	3.009.500	2.989.312	5.946	2.969.125	40.375	1,351
19	3.013.800	3.004.529	10.581	2.995.259	18.541	0,617
20	3.005.000	3.010.055	8.054	3.015.111	10.111	0,336
21				3.018.109		
22				3.026.163		
23				3.034.217		

$\alpha = 0,5$
 $\beta = 0,5$
MAE 137.874
MAPE 4,765

Izvor: Izrada autora

U petom kvartalu dolazi do značajne pogreške u prognozi, što se očituje kroz visoku apsolutnu grešku od 838 528 i apsolutnu postotnu grešku od 30,423%. Model pokazuje varijacije u točnosti, pri čemu pogreške opadaju i rastu u različitim razdobljima

Prosječna apsolutna greška (MAE) iznosi 137 874, dok prosječna apsolutna postotna greška (MAPE) iznosi 4,765%. Ovi rezultati sugeriraju da model, iako osjetljiv na nagle promjene u broju korisnika, uspijeva bolje pratiti dugoročne trendove u odnosu na jednostavnije metode izglađivanja. Rezultati prognoziranja nakon optimizacije konstanti izglađivanja prikazani su u tablici 16.

Tablica 16. Prognoza broja korisnika teleoperatera B Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (0.080, 0.162)

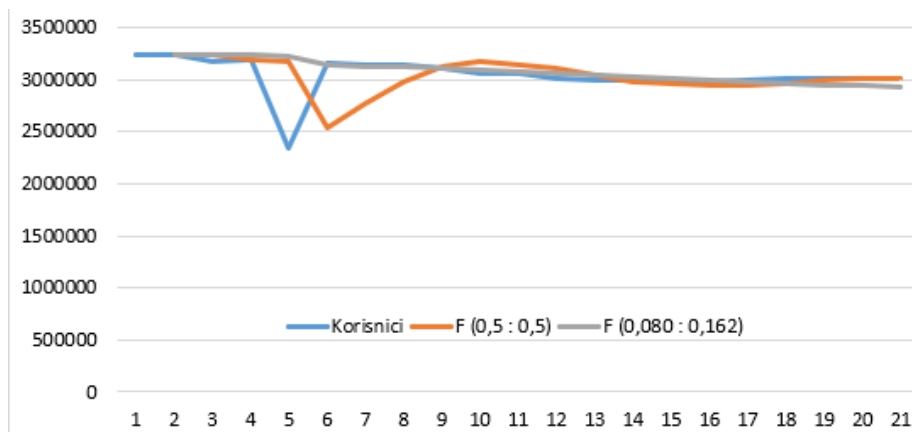
Kvartali	Korisnici	L	T	F	AE	APE
1	3.241.000	3.241.000	-			
2	3.232.800	3.240.345	- 106	3.241.000	8.200	0,253
3	3.182.000	3.235.586	- 861	3.240.239	58.239	1,800
4	3.190.000	3.231.152	- 1.441	3.234.725	44.725	1,384
5	2.337.000	3.158.399	-13.016	3.229.711	892.711	28,265
6	3.154.000	3.146.072	-12.904	3.145.383	8.617	0,274
7	3.147.000	3.134.272	-12.725	3.133.167	13.833	0,441
8	3.145.000	3.123.421	-12.421	3.121.547	23.453	0,751
9	3.111.000	3.111.000	-12.421	3.111.000	0	0,000
10	3.061.000	3.095.577	-12.908	3.098.579	37.579	1,214
11	3.058.000	3.080.699	-13.228	3.082.669	24.669	0,801
12	3.009.000	3.062.800	-13.986	3.067.471	58.471	1,909
13	2.991.500	3.044.235	-14.729	3.048.814	57.314	1,883
14	2.996.000	3.026.830	-15.164	3.029.506	33.506	1,107
15	2.983.000	3.009.376	-15.535	3.011.666	28.666	0,953
16	2.985.000	2.993.135	-15.650	2.993.841	8.841	0,295
17	2.993.700	2.978.780	-15.440	2.977.485	16.215	0,544
18	3.009.500	2.967.028	-14.841	2.963.340	46.160	1,556
19	3.013.800	2.957.108	-14.042	2.952.186	61.614	2,084
20	3.005.000	2.948.013	-13.239	2.943.066	61.934	2,101
21				2.934.774		
22				2.921.535		
23				2.908.296		

$\alpha = 0,080$
 $\beta = 0,162$
MAE 78.144
MAPE 2,506

Izvor: Izrada autora

U trećem kvartalu dolazi do značajne pogreške u prognozi, s apsolutnom greškom od 58239 i apsolutnom postotnom greškom od 1.800%. Kroz vrijeme, model pokazuje varijacije u točnosti, pri čemu se pogreške postupno smanjuju. U šestom kvartalu apsolutna postotna greška iznosi 0,274%, dok u desetom kvartalu iznosi 1,214%, ukazujući na poboljšanje preciznosti.

Prosječna apsolutna greška (MAE) iznosi 78 144, dok prosječna apsolutna postotna greška (MAPE) iznosi 2,506%. Ovi rezultati pokazuju značajno poboljšanje točnosti prognoza nakon optimizacije modela. Kretanje stvarnih i prognoziranih vrijednosti broja korisnika prikazano je na grafikonu 14.



Grafikon 14. Prognoza broja korisnika teleoperatera B Holtovim dvoparametarskim modelom
Izvor: Izrada autora

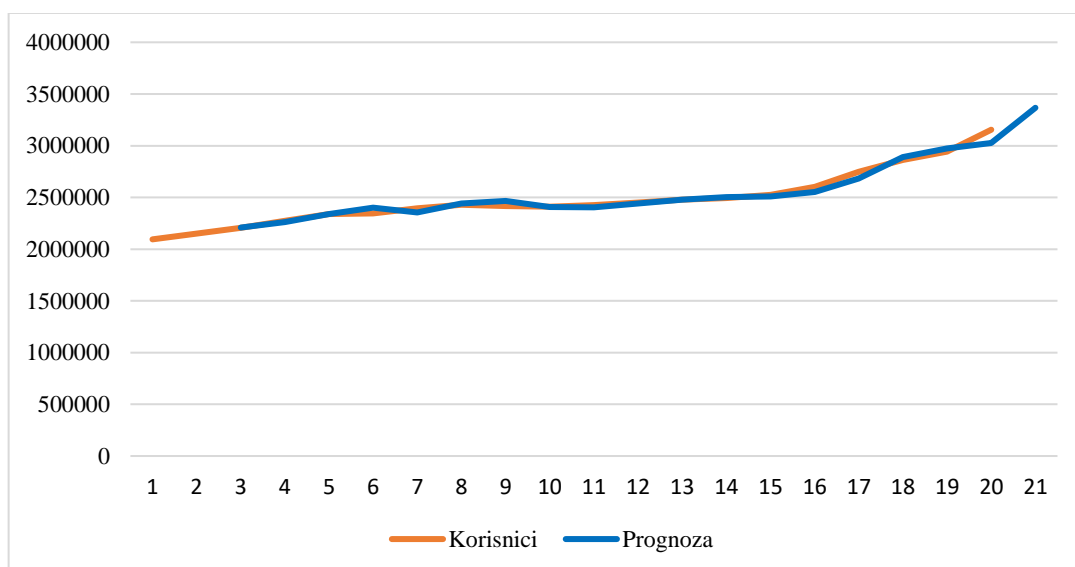
Optimizirani model bolje prati dugoročne trendove i preciznije predviđa broj korisnika za operatera B, iako još uvijek postoje oscilacije koje se mogu dodatno smanjiti daljnjim finim podešavanjem modela.

3.2.3. Prognoziranje korisnika teleoperatera C

Prognoziranje broja korisnika telekomunikacijskih usluga predstavlja ključni element strateškog upravljanja za operatere u ovom sektoru. Teleoperater C, kao jedan od vodećih telekomunikacijskih operatera, suočava se s potrebom da precizno predvidi buduće trendove u broju korisnika kako bi efikasno planirao resurse, razvijao nove usluge i zadržao svoju konkurentsku prednost. U kontekstu sve bržih tehnoloških promjena, dinamičnih tržišnih uvjeta i rastućih očekivanja korisnika, pouzdana i točna predviđanja postaju ključna za uspjeh. U nastavku su prikazani rezultati modeliranja broja korisnika teleoperatera C.

Naivni modeli

Grafikon 15 prikazuje kretanje stvarnoga i prognoziranoga broja korisnika telekomunikacijskog operatera C koristeći naivni model II za prognoziranje.



Grafikon 15. Prognoza broja korisnika teleoperatera C putem naivnog modela II

Izvor: Izrada autora

Stvarni broj korisnika postupno raste tijekom razmatranoga razdoblja, ali s blagim oscilacijama. Prognozirane vrijednosti dobro prate stvarne podatke, što ukazuje da je naivni model II efikasan u prognoziranju korisnika za telekomunikacijskog operatera C.

Tablica 17 prikazuje kretanje stvarnoga i prognoziranoga broja korisnika telekomunikacijskog operatera C korištenjem Naivnog modela I.

Tablica 17. Prognoza broja korisnika teleoperatera C putem naivnog modela I

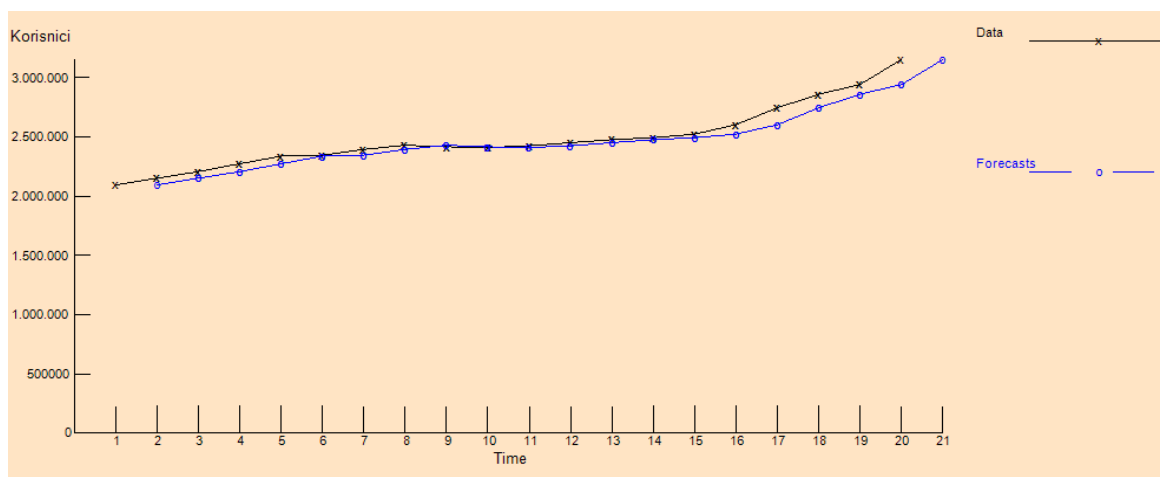
Kvartali	Korisnici	Forecast	Error	Error	Error^2	Pct Error
1	2.095.000					
2	2.152.000	2.095.000	57.000	57.000	3.249.000.000	0,02649
3	2.207.500	2.152.000	55.500	55.500	3.080.250.000	0,02514
4	2.274.000	2.207.500	66.500	66.500	4.422.250.000	2,92%
5	2.338.000	2.274.000	64.000	64.000	4.096.000.000	2,74%
6	2.347.000	2.338.000	9.000	9.000	81.000.000	0,38%
7	2.395.000	2.347.000	48.000	48.000	2.304.000.000	2,00%
8	2.430.000	2.395.000	35.000	35.000	1.225.000.000	1,44%
9	2.418.000	2.430.000	- 12.000	12.000	144.000.000	0,50%
10	2.411.000	2.418.000	- 7.000	7.000	49.000.000	0,29%
11	2.426.000	2.411.000	15.000	15.000	225.000.000	0,62%
12	2.452.000	2.426.000	26.000	26.000	676.000.000	1,06%
13	2.478.000	2.452.000	26.000	26.000	676.000.000	1,05%
14	2.494.000	2.478.000	16.000	16.000	256.000.000	0,64%
15	2.524.000	2.494.000	30.000	30.000	900.000.000	1,19%
16	2.604.000	2.524.000	80.000	80.000	6.400.000.000	3,07%
17	2.747.000	2.604.000	143.000	143.000	20.449.000.000	5,21%
18	2.861.000	2.747.000	114.000	114.000	12.996.000.000	3,99%
19	2.943.000	2.861.000	82.000	82.000	6.724.000.000	2,79%
20	3.155.000	2.943.000	212.000	212.000	44.944.000.000	6,72%
AVERAGE	2.487.575	2.452.447	55.789	57.789	5.941.921.000	2,20%
TOTAL	49.751.500	46.596.500	1.060.000	1.098.000	112.896.500.000	41,77%

Forecast kvartal 21	3.155.000
----------------------------	-----------

Izvor: Izrada autora

Iz tablice 17 vidljivo je da naivni model I daje stabilne prognoze, no postoje manja odstupanja, što je očekivano s obzirom na jednostavnost modela. Model predviđa buduće vrijednosti na temelju zadnje poznate vrijednosti, što se odražava u relativno niskim apsolutnim pogreškama i kvadratnim pogreškama. Postotne pogreške također pokazuju razmjerno nisku varijabilnost, ukazujući na pouzdanost modela za kratkoročne prognoze.

Grafikon 15 prikazuje broj korisnika telekomunikacijskog operatera C koristeći Naivni model I.



Grafikon 16. Prognoza broja korisnika teleoperatera C putem naivnog modela I
Izvor: Izrada autora

Grafikon 15 pokazuje da broj korisnika operatera C kontinuirano raste tijekom vremena. Prognozirane vrijednosti prate stvarne podatke vrlo blisko, s malim odstupanjima. Opći trend rasta korisnika jasno je vidljiv, a prognoze se čine preciznima i pouzdanima. Ovaj grafički prikaz ilustrira kako naivni model I može učinkovito pratiti i predviđati broj korisnika u stabilnim rastućim serijama, što je korisno za kratkoročne projekcije broja korisnika telekomunikacijskog operatera C.

Model jednostavnih tročlanih pomičnih prosjeka

Tablica 18 prikazuje rezultate prognoziranja broja korisnika telekomunikacijskog operatera C korištenjem modela jednostavnih tročlanih pomičnih prosjeka.

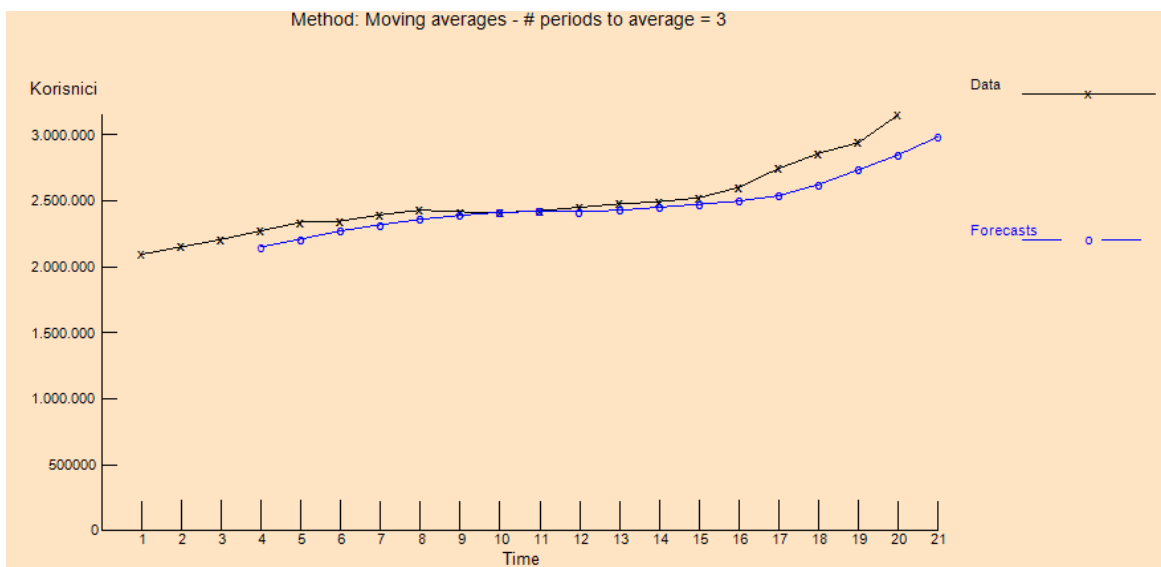
Tablica 18. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom pomičnih prosjeka MA3

Kvartali	Korisnici	Forecast	Error	 Error 	Error^2	 Pct Error
1	2.095.000					
2	2.152.000					
3	2.207.500					
4	2.274.000	2.151.500	122.500	122.500	15.006.250.000	5,39%
5	2.338.000	2.211.167	126.833	126.833	16.086.670.000	5,43%
6	2.347.000	2.273.167	73.834	73.834	5.451.386.000	3,15%
7	2.395.000	2.319.667	75.334	75.334	5.675.136.000	3,15%
8	2.430.000	2.360.000	70.000	70.000	4.900.000.000	2,88%
9	2.418.000	2.390.667	27.333	27.333	747.106.600	1,13%
10	2.411.000	2.414.333	3.333	3.333	11.110.560	0,14%
11	2.426.000	2.419.667	6.333	6.333	40.110.060	0,26%
12	2.452.000	2.418.334	33.667	33.667	1.133.433.000	1,37%
13	2.478.000	2.429.667	48.333	48.333	2.336.103.000	1,95%
14	2.494.000	2.452.000	42.000	42.000	1.764.000.000	1,68%
15	2.524.000	2.474.667	49.334	49.334	2.433.794.000	1,96%
16	2.604.000	2.498.667	105.334	105.334	11.095.150.000	4,05%
17	2.747.000	2.540.667	206.333	206.333	42.573.410.000	7,51%
18	2.861.000	2.625.000	236.000	236.000	55.696.000.000	8,25%
19	2.943.000	2.737.334	205.667	205.667	42.298.710.000	6,99%
20	3.155.000	2.850.333	304.667	304.667	92.821.830.000	9,66%
AVERAGE	2.487.575	2.445.108	101.775	102.167	17.651.190.000	3,82%
TOTAL	49.751.500	41.566.837	1.730.167	1.736.833	300.070.200.000	64,93%

Forecast kvartal 21	2.986.333
----------------------------	-----------

Izvor: Izrada autora

Model pomičnih prosjeka pokazuje relativno stabilne prognoze, no postoje određena odstupanja u nekim kvartalima, što je vidljivo iz pogrešaka. Ukupne i prosječne vrijednosti pokazuju da je model općenito precizan, ali može imati veće pogreške u periodima s brzim promjenama broja korisnika. Postotne pogreške su uglavnom niske, što sugerira da model dobro prati opći trend rasta broja korisnika. Kretanje stvarnih i prognoziranih vrijednosti prikazano je na grafikonu 17.



Grafikon 17. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom pomičnih prosjeka MA3
Izvor: Izrada autora

Stvarni broj korisnika pokazuje stabilan rast tijekom vremena s blagim oscilacijama. Prognozirane vrijednosti također prate ovaj rastući trend, ali s malim odstupanjima u nekim kvartalima, što je karakteristično za model pomičnih prosjeka. Opći trend rasta korisnika jasno je vidljiv, a prognoze se čine relativno preciznima, iako s određenim zaostajanjem u reakciji na nagle promjene. Grafički prikaz ilustrira kako model pomičnih prosjeka može učinkovito pratiti rast broja korisnika, pružajući stabilne i pouzdane prognoze.

Model tročlanih vaganih pomičnih prosjeka

Rezultati primjene modela tročlanih vaganih pomičnih prosjeka dani su u tablici 19.

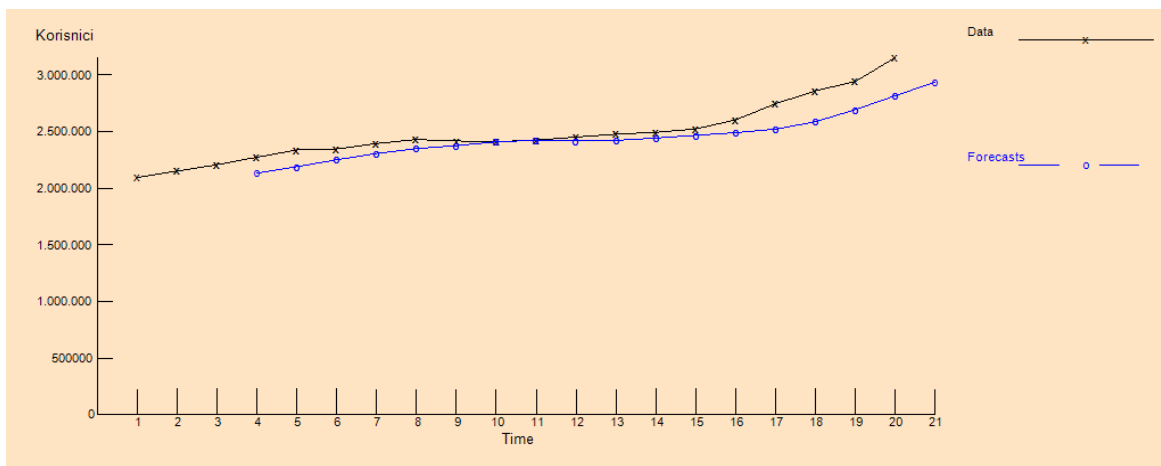
Tablica 19. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3

Kvartali	Korisnici	Forecast	Error	Error	Error^2	Pct Error
1	2.095.000					
2	2.152.000					
3	2.207.500					
4	2.274.000	2.132.750	141.250	141.250	19.951.560.000	6,21%
5	2.338.000	2.190.834	147.167	147.167	21.657.980.000	6,30%
6	2.347.000	2.251.417	95.584	95.584	9.136.206.000	4,07%
7	2.395.000	2.307.500	87.500	87.500	7.656.250.000	3,65%
8	2.430.000	2.350.500	79.500	79.500	6.320.250.000	3,27%
9	2.418.000	2.376.834	41.167	41.167	1.694.681.000	1,70%
10	2.411.000	2.410.500	500	500	250.000	0,02%
11	2.426.000	2.422.834	3.167	3.167	10.026.720	0,13%
12	2.452.000	2.417.000	35.000	35.000	1.225.000.000	1,43%
13	2.478.000	2.422.834	55.167	55.167	3.043.343.000	2,23%
14	2.494.000	2.443.334	50.667	50.667	2.567.094.000	2,03%
15	2.524.000	2.467.667	56.334	56.334	3.173.463.000	2,23%
16	2.604.000	2.491.000	113.000	113.000	12.769.000.000	4,34%
17	2.747.000	2.522.334	224.667	224.667	50.475.040.000	8,18%
18	2.861.000	2.587.834	273.167	273.167	74.619.940.000	9,55%
19	2.943.000	2.694.500	248.500	248.500	61.752.250.000	8,44%
20	3.155.000	2.817.667	337.334	337.334	113.793.900.000	10,69%
AVERAGE	2.487.575	2.429.843	117.039	117.039	22.932.130.000	4,38%
TOTAL	49.751.500	41.307.339	1.989.666	1.989.666	389.846.200.000	74,48%

Forecast kvartal 21	2.937.333
----------------------------	-----------

Izvor: Izrada autora

Tablica pokazuje da model tročlanih vaganih pomičnih prosjeka daje relativno stabilne prognoze, iako postoje određena odstupanja u nekim kvartalima. Prognoze prate stvarne vrijednosti s određenim zaostajanjem, posebno u kvartalima s većim promjenama broja korisnika. Ukupne i prosječne pogreške ukazuju na to da je model efikasan, ali može pokazati veće pogreške u periodima s brzim promjenama. Postotne pogreške su uglavnom niske, što sugerira da model dobro prati opći trend rasta broja korisnika što je i prikazano na grafikonu 18.



Grafikon 18. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3
Izvor: Izrada autora

Stvarni broj korisnika pokazuje stabilan rast tijekom vremena, s blagim oscilacijama. Prognozirane vrijednosti također prate ovaj rastući trend, ali s malim odstupanjima u nekim kvartalima. Model koristi različite težine za prethodne podatke, što omogućava preciznije prilagođavanje promjenama u trendu. Međutim, primjetno je da prognoze ponekad zaostaju za stvarnim vrijednostima, posebno u periodima s naglim promjenama broja korisnika.

Model jednostavnoga eksponencijalnoga izgladivanja

Rezultati prognožiranja primjenom modela jednostavnoga eksponencijalnog izgladivanja (SES) sa konstantom izgladivanja $\alpha = 0,4$ za broj korisnika telekomunikacijskog operatera C prikazani su u tablici 20.

Tablica 20. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja – SES (0.4)

Kvartali	Korisnici	SES (0,4)	AE	APE
1	2.095.000			
2	2.152.000	2.095.000	57.000	2,649
3	2.207.500	2.117.800	89.700	4,063
4	2.274.000	2.153.680	120.320	5,291
5	2.338.000	2.201.808	136.192	5,825
6	2.347.000	2.256.285	90.715	3,865
7	2.395.000	2.292.571	102.429	4,277
8	2.430.000	2.333.543	96.457	3,969
9	2.418.000	2.372.126	45.874	1,897
10	2.411.000	2.390.475	20.525	0,851
11	2.426.000	2.398.685	27.315	1,126
12	2.452.000	2.409.611	42.389	1,729
13	2.478.000	2.426.567	51.433	2,076
14	2.494.000	2.447.140	46.860	1,879
15	2.524.000	2.465.884	58.116	2,303
16	2.604.000	2.489.130	114.870	4,411
17	2.747.000	2.535.078	211.922	7,715
18	2.861.000	2.619.847	241.153	8,429
19	2.943.000	2.716.308	226.692	7,703
20	3.155.000	2.806.985	348.015	11,031
21		2.946.191		

$\alpha = 0,4$	
MAE	111.999
MAPE	4,268

Izvor: Izrada autora

Na početku razdoblja, model daje relativno veće apsolutne greške (AE) i apsolutne postotne greške (APE) u prvim kvartalima, posebno u trećem i četvrtom kvartalu gdje APE iznosi 5,291% i 5,825%. Ovo ukazuje na značajno odstupanje između stvarnih i prognoziranih vrijednosti u tim kvartalima. Nakon početnih odstupanja, model pokazuje smanjenje grešaka, s povremenim većim odstupanjima kao što je u devetnaestom i dvadesetom kvartalu, gdje APE iznosi 7,703% i 11,031%. Prosječna apsolutna greška (MAE) iznosi 111 999, dok je prosječna apsolutna postotna greška (MAPE) 4.268%. Navedeno znači da je model pouzdan. Rezultati postupka optimizacije konstante izgladivanja prikazani su u tablici 21.

Tablica 21. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom optimiziranog jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja

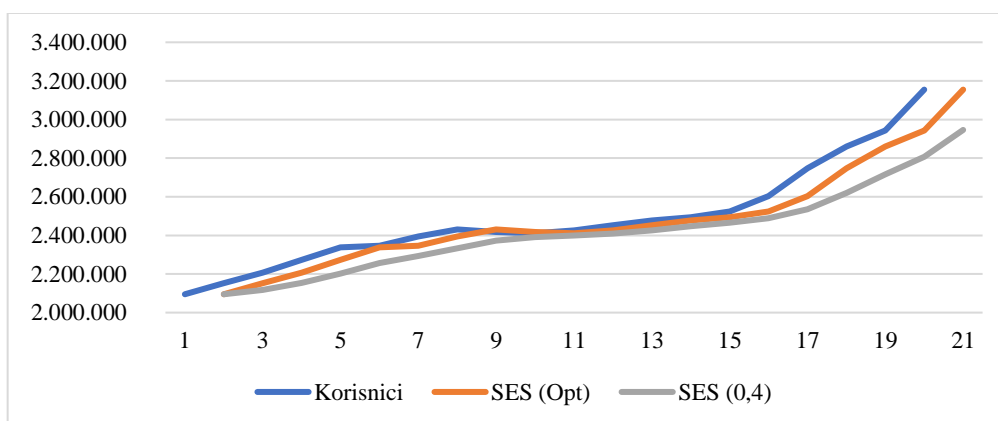
Kvartali	Korisnici	SES (Opt)	AE	APE
1	2.095.000			
2	2.152.000	2.095.000	57.000	2,649
3	2.207.500	2.152.000	55.500	2,514
4	2.274.000	2.207.500	66.500	2,924
5	2.338.000	2.274.000	64.000	2,737
6	2.347.000	2.338.000	9.000	0,383
7	2.395.000	2.347.000	48.000	2,004
8	2.430.000	2.395.000	35.000	1,440
9	2.418.000	2.430.000	12.000	0,496
10	2.411.000	2.418.000	7.000	0,290
11	2.426.000	2.411.000	15.000	0,618
12	2.452.000	2.426.000	26.000	1,060
13	2.478.000	2.452.000	26.000	1,049
14	2.494.000	2.478.000	16.000	0,642
15	2.524.000	2.494.000	30.000	1,189
16	2.604.000	2.524.000	80.000	3,072
17	2.747.000	2.604.000	143.000	5,206
18	2.861.000	2.747.000	114.000	3,985
19	2.943.000	2.861.000	82.000	2,786
20	3.155.000	2.943.000	212.000	6,719
21		3.155.000		

$\alpha = 1$	
MAE	57.789
MAPE	2,198

Izvor: Izrada autora

Nakon optimizacije, dobivena je optimalna vrijednost $\alpha = 1$, što je rezultiralo preciznijim prognozama. Nova vrijednost MAPE iznosi 2,198%, dok je prosječna apsolutna greška (MAE) smanjena na 57 789 korisnika.

Grafikon 19 prikazuje usporedbu stvarnoga i prognoziranoga broja korisnika dobivenoga modelom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja (SES) s optimiziranom vrijednošću konstante izgladivanja $\alpha = 1$ i SES s vrijednošću $\alpha = 0.4$ za telekomunikacijskog operatera C.



Grafikon 19. Usporedba prognoza za metodom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja - teleoperater C
Izvor: Izrada autora

Grafikon prikazuje stvarne podatke korisnika tijekom vremena. Optimizirani faktor bolje prati stvarne vrijednosti, posebno tijekom razdoblja s naglim porastom broja korisnika u kasnijim kvartalima. Neoptimizirani faktor pokazuje veća odstupanja tijekom tih promjena, posebno u periodima brzog rasta. Ovo ukazuje na prednosti korištenja optimiziranog faktora izgladivanja za postizanje točnijih prognoza u razdobljima značajnog povećanja broja korisnika.

Holtov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja sa trendom

Tablica 22 prikazuje rezultate prognoziranja broja korisnika telekomunikacijskog operatera C korištenjem Holtovog dvoparametarskog modela linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja sa trendom i konstantama izgladivanja $\alpha = 0.5$ i $\beta = 0.5$.

Tablica 22. Prognoza broja korisnika teleoperatera C Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (0.5, 0.5)

Kvartali	Korisnici	L	T	F	AE	APE
1	2.095.000	2.095.000				
2	2.152.000	2.123.500	14.250	2.095.000	57.000	2,649
3	2.207.500	2.172.625	31.688	2.137.750	69.750	3,160
4	2.274.000	2.239.156	49.109	2.204.313	69.688	3,065
5	2.338.000	2.313.133	61.543	2.288.266	49.734	2,127
6	2.347.000	2.360.838	54.624	2.374.676	27.676	1,179
7	2.395.000	2.405.231	49.509	2.415.462	20.462	0,854
8	2.430.000	2.442.370	43.324	2.454.740	24.740	1,018
9	2.418.000	2.451.847	26.400	2.485.693	67.693	2,800
10	2.411.000	2.444.624	9.589	2.478.247	67.247	2,789
11	2.426.000	2.440.106	2.536	2.454.212	28.212	1,163
12	2.452.000	2.447.321	4.875	2.442.642	9.358	0,382
13	2.478.000	2.465.098	11.326	2.452.196	25.804	1,041
14	2.494.000	2.485.212	15.720	2.476.424	17.576	0,705
15	2.524.000	2.512.466	21.487	2.500.932	23.068	0,914
16	2.604.000	2.568.977	38.999	2.533.953	70.047	2,690
17	2.747.000	2.677.488	73.755	2.607.975	139.025	5,061
18	2.861.000	2.806.121	101.194	2.751.243	109.757	3,836
19	2.943.000	2.925.158	110.115	2.907.316	35.684	1,213
20	3.155.000	3.095.137	140.047	3.035.273	119.727	3,795
21				3.235.184		
22				3.375.231		
23				3.515.278		

$\alpha = 0,5$	
$\beta = 0,5$	
MAE	54.329
MAPE	2,128

Izvor: Izrada autora

Prognoze u prvim kvartalima pokazuju umjerene apsolutne greške, dok kasniji kvartali prikazuju veće oscilacije u greškama. Na primjer, u petom kvartalu apsolutna greška iznosi 49 734 korisnika, dok je apsolutna postotna greška relativno niska, 2,127%. U devetom kvartalu apsolutna greška značajno raste na 67 693 korisnika, što ukazuje na veće odstupanje između stvarnih i prognoziranih vrijednosti.

Prosječna apsolutna greška (MAE) iznosi 54 329, dok prosječna apsolutna postotna greška (MAPE) iznosi 2.128%. Ovi rezultati sugeriraju da Holtov dvoparametarski model općenito pruža preciznije prognoze s manjim varijacijama u pogreškama u usporedbi s jednostavnim metodama izgladivanja. Međutim, određene oscilacije u točnosti prognoza ukazuju na potrebu za daljnjim prilagođavanjem modela kako bi se smanjile greške u predviđanjima. Ova varijabilnost pokazuje kako Holtov dvoparametarski model uspijeva uhvatiti dugoročne trendove, ali je i dalje osjetljiv na nagle promjene u broju korisnika.

Tablica 23 prikazuje rezultate optimizacije konstanti izgladivanja.

Tablica 23. Prognoza broja korisnika teleoperatera C Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (1, 0.9)

Kvartali	Korisnici	L	T	F	AE	APE	$\alpha = 1$ $\beta = 0,9$ MAE 30.627 MAPE 1,176
1	2.095.000	2.095.000					
2	2.152.000	2.152.000	51.062	2.095.000	57.000	2,649	
3	2.207.500	2.207.500	55.038	2.203.062	4.438	0,201	
4	2.274.000	2.274.000	65.306	2.262.538	11.462	0,504	
5	2.338.000	2.338.000	64.136	2.339.306	1.306	0,056	
6	2.347.000	2.347.000	14.744	2.402.136	55.136	2,349	
7	2.395.000	2.395.000	44.535	2.361.744	33.256	1,389	
8	2.430.000	2.430.000	35.993	2.439.535	9.535	0,392	
9	2.418.000	2.418.000	- 7.000	2.465.993	47.993	1,985	
10	2.411.000	2.411.000	- 7.000	2.411.000	0	0,000	
11	2.426.000	2.426.000	12.708	2.404.000	22.000	0,907	
12	2.452.000	2.452.000	24.615	2.438.708	13.292	0,542	
13	2.478.000	2.478.000	25.856	2.476.615	1.385	0,056	
14	2.494.000	2.494.000	17.027	2.503.856	9.856	0,395	
15	2.524.000	2.524.000	28.648	2.511.027	12.973	0,514	
16	2.604.000	2.604.000	74.650	2.552.648	51.352	1,972	
17	2.747.000	2.747.000	135.879	2.678.650	68.350	2,488	
18	2.861.000	2.861.000	116.279	2.882.879	21.879	0,765	
19	2.943.000	2.943.000	85.571	2.977.279	34.279	1,165	
20	3.155.000	3.155.000	198.829	3.028.571	126.429	4,007	
21				3.353.829			
22				3.552.657			
23				3.751.486			

Izvor: Izrada autora

Nakon optimizacije konstatni model pokazuje umjerenu apsolutnu grešku od 57000 s apsolutnom postotnom greškom od 2.649%. U četvrtom kvartalu apsolutna greška je 11 462, dok je apsolutna postotna greška samo 0,504%, što ukazuje na visoku preciznost modela u tom razdoblju. Kroz vrijeme, model pokazuje niske apsolutne postotne greške, ukazujući na precizno praćenje dugoročnih trendova.

Prosječna apsolutna greška (MAE) iznosi 30 627, dok prosječna apsolutna postotna greška (MAPE) iznosi 1,176% što ukazuje na značajno poboljšanje prognostičke efikasnosti modela nakon optimizacije.

4. Komparativna analiza efikasnosti korištenih modela prognoziranja

Poglavlje je posvećeno komparativnoj analizi prognostičke efikasnosti korištenih modela prognoziranja za tri odabrana telekomunikacijska operatera. Cilj je analizirati performanse različitih modela te uvidjeti koji model najbolje odgovara specifičnim potrebama svakog operatera, uzimajući u obzir varijacije i trendove u broju korisnika. Analiza ima za cilj pružiti uvid u prednosti i ograničenja različitih modela prognoziranja, ali i vodič za odabir optimalnoga prognostičkoga modela.

Analiza se temelji na izračunu i usporedbi različitih mjera prognostičke efikasnosti i to apsolutne prosječne prognostičke pogreške i apsolutne postotne prognostičke pogreške.

4.1. Analiza efikasnosti prognostičkih modela za teleoperatera A

Tablica 24 prikazuje rezultate prognoziranja broja korisnika telekomunikacijskog operatera A korištenjem različitih modela prognoziranja.

Tablica 24. Mjere prognostičke efikasnosti modela - teleoperater A

	NI	NII	MA3	WMA3
MAE	17.127,61	12.178,68	17.089,58	21.217,57
MAPE	4,26%	3,18%	4,60%	5,69%

Izvor: Izrada autora

Vrijednost MAE i MAPE ukazuju da je Naivni model II najefikasniji u prognoziranju broja korisnika za teleoperatera A.

Iz tablice 25 je vidljivo da stvarni broj korisnika naglo raste do četvrtog kvartala, a zatim naglo pada. Prognoze pomoću SEST modela s parametrima 0.5 pokazuju značajna odstupanja tijekom naglih promjena, posebno vidljivo u periodu brzog rasta i pada broja

korisnika. Prognoze pomoću optimiziranih parametara bolje prate stvarne vrijednosti, posebno nakon početnog razdoblja, što ukazuje na veću preciznost ovog modela.

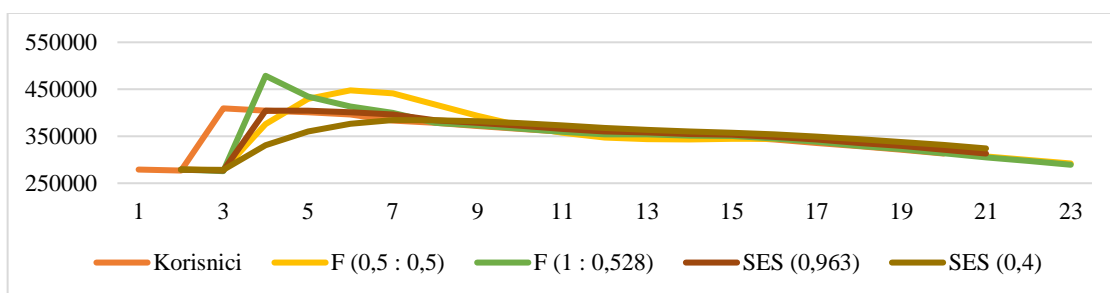
Tablica 25. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater A

Kvartali	Korisnici	F (0,5 : 0,5)	F (1 : 0,528)	SES (0,963)	SES (0,4)
1	279.410				
2	276.974	279.410	279.410	279.410	279.410
3	409.377	277.583	275.687	277.065	278.436
4	404.417	375.820	478.718	404.417	330.812
5	401.043	429.607	434.505	404.417	360.254
6	396.360	447.673	413.453	401.169	376.570
7	383.630	441.536	399.740	396.540	384.486
8	378.499	417.626	378.499	384.114	384.143
9	371.991	393.324	373.368	378.709	381.886
10	365.442	372.586	366.133	372.243	377.928
11	359.789	357.156	359.219	365.697	372.933
12	357.998	347.273	353.867	360.010	367.676
13	354.617	344.117	354.258	358.073	363.805
14	353.041	343.474	351.067	354.747	360.130
15	348.759	344.756	350.534	353.105	357.294
16	342.852	344.257	345.314	348.922	353.880
17	335.653	340.702	338.106	343.080	349.469
18	329.139	334.063	329.611	335.931	343.943
19	321.010	326.256	322.848	329.394	338.021
20	312.821	316.976	313.748	321.324	331.217
21		307.203	305.069	313.140	323.858
22		299.507	297.317		
23		291.812	289.566		

	SEST (0,5 : 0,5)	SEST (1 : 0,528)	SES (Opt)	SES (0,4)
MAE	22.443	15.585	12.083	22.059
MAPE	6,000	3,909	3,161	5,812

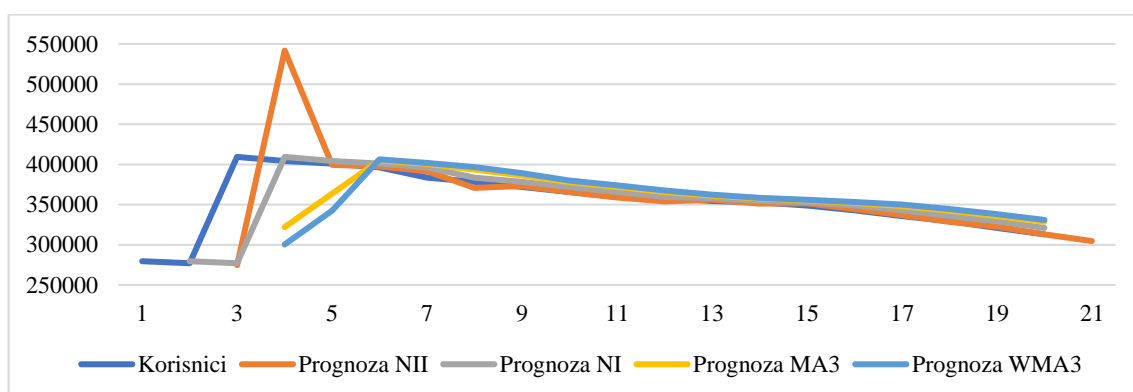
Izvor: Izrada autora

SES model s optimiziranim parametrom pokazuje najveću preciznost, dok SES model s parametrom 0.4 pokazuje veća odstupanja tijekom perioda naglih promjena. Optimizirani SEST model i SES model bolje prate trendove, smanjujući odstupanja između stvarnih i predviđenih vrijednosti, što se vidi iz nižih vrijednosti prosječne apsolutne greške (MAE) i prosječne apsolutne postotne greške (MAPE).



Grafikon 20. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater A
Izvor: Izrada autora

Grafički prikaz ilustrira prednosti optimizacije parametara modela za postizanje preciznijih prognoza broja korisnika, omogućujući bolje planiranje i donošenje odluka za telekomunikacijskog operatera A. Sveukupno, optimizirani SEST i posebno SES model s parametrom 0.963 pokazuju bolju prilagodbu stvarnim podacima, posebno u razdobljima velikih oscilacija u broju korisnika.



Grafikon 21. Prikaz stvarnog broja korisnika i prognoza broja korisnika teleoperatera A
Izvor: izrada autora

Grafički prikaz broja korisnika operatera A prikazuje značajan porast između kvartala 3 i 5, nakon čega slijedi nagli pad i kasnija stabilizacija s blagim padajućim trendom. Mogući su razlozi sljedeći:

1. Promotivne akcije i snižene cijene. Operater A je mogao lansirati posebne ponude koje su bile znatno povoljnije od konkurencije, što je privuklo veliki broj novih korisnika. Na primjer, to bi moglo uključivati besplatne mjesece usluge, značajne popuste ili pakete s dodatnim uslugama po nižoj cijeni.

2. Intenzivne marketinške kampanje, uključujući oglase, društvene mreže, promotivne događaje i slične aktivnosti, mogle su značajno povećati svijest o proizvodima i uslugama i privući nove korisnike. Posebno učinkoviti mogu biti ciljani marketing i posebne ponude za nove pretplatnike.

3. Uvođenje novih tehnologija, poboljšanje kvalitete signala, proširenje pokrivenosti mreže ili ponuda novih atraktivnih proizvoda i usluga što može rezultirati naglim porastom broja korisnika.

4. Ponekad vanjski događaji, poput problema kod konkurenata (npr. tehnički problemi, povećanje cijena, loša korisnička podrška), mogu uzrokovati migraciju korisnika prema operateru "A".

Mogući razlozi za nagli pad korisnika su sljedeći:

1. Nezadovoljstvo novih korisnika kvalitetom usluge, poput problema sa signalom, sporom internetskom vezom, ili lošom korisničkom podrškom. Visoka stopa odlazaka korisnika može biti uzrokovana neispunjavanjem očekivanja koja su postavljena tijekom promotivnog razdoblja.

2. Ako su početni porast korisnika izazvale privremene promotivne ponude koje su nakon nekog vremena istekle, mnogi korisnici bi mogli odlučiti da ne nastave s uslugom po redovnim, višim cijenama.

3. Ako su konkurenti koji su možda imali privremene probleme uspjeli riješiti te probleme i povratiti svoju ponudu na tržištu, korisnici bi mogli migrirati natrag, pogotovo ako su već imali pozitivna iskustva s tim konkurentima.

4. Širi ekonomski faktori, poput recesije, povećanja nezaposlenosti ili smanjenja kupovne moći, također mogu utjecati na odluke korisnika. U teškim ekonomskim vremenima, korisnici mogu tražiti jeftinije alternative ili smanjiti potrošnju na neesencijalne usluge.

Nagla oscilacija broja korisnika operatera A može biti rezultat kombinacije agresivnih marketinških strategija i promotivnih ponuda koje su privremeno povećale broj korisnika, praćene kasnijim nezadovoljstvom zbog kvalitete usluge ili završetka promotivnih perioda. Također, vanjski faktori poput problema kod konkurenata ili ekonomskih promjena mogu

dodatno pojačati te oscilacije. Razumijevanje ovih faktora može pomoći operateru A u boljem planiranju i zadržavanju korisnika u budućnosti.

4.2. Analiza efikasnosti prognostičkih modela za teleoperatera B

Tablica 26 prikazuje usporedbu različitih modela prognoziranja broja korisnika telekomunikacijskog operatera B sa svrhom odabira efikasnoga prognostičkoga modela.

Tablica 26. Mjere prognostičke efikasnosti modela - teleoperater B

	NI	NII	MA3	WMA3
MAE	207.044,44	102.978,90	119.503,90	123.318,60
MAPE	7,12%	3,78%	4,38%	4,51%

Izvor: Izrada autora

Naivni model I (NI) pokazuje najniže vrijednosti za MAE (102978,9) i MAPE (3,78%), što sugerira da je ovaj model najprecizniji prema analiziranim kriterijima.

Tablica 27 prikazuje stvarni broj korisnika, prognoze pomoću jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja (SES) i Holtovog dvoparametarskog modela (SEST) za telekomunikacijskog operatera B.

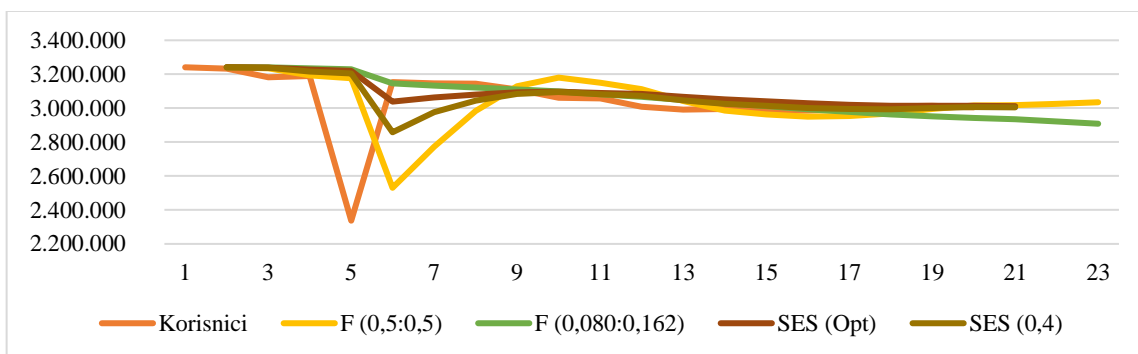
Tablica 27. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater B

Kvartali	Korisnici	F (0,5:0,5)	F (0,080:0,162)	SES (Opt)	SES (0,4)
1	3.241.000				
2	3.232.800	3.241.000	3.241.000	3.241.000	3.241.000
3	3.182.000	3.234.850	3.240.239	3.239.317	3.237.720
4	3.190.000	3.193.163	3.234.725	3.227.555	3.215.432
5	2.337.000	3.175.528	3.229.711	3.219.848	3.205.259
6	3.154.000	2.530.579	3.145.383	3.038.675	2.857.956
7	3.147.000	2.772.460	3.133.167	3.062.342	2.976.373
8	3.145.000	2.983.535	3.121.547	3.079.715	3.044.624
9	3.111.000	3.128.439	3.111.000	3.093.112	3.084.774
10	3.061.000	3.179.531	3.098.579	3.096.783	3.095.265
11	3.058.000	3.150.445	3.082.669	3.089.440	3.081.559
12	3.009.000	3.111.290	3.067.471	3.082.988	3.072.135
13	2.991.500	3.041.640	3.048.814	3.067.805	3.046.881
14	2.996.000	2.985.530	3.029.506	3.052.146	3.024.729
15	2.983.000	2.962.343	3.011.666	3.040.624	3.013.237
16	2.985.000	2.949.413	2.993.841	3.028.799	3.001.142
17	2.993.700	2.952.845	2.977.485	3.019.811	2.994.685
18	3.009.500	2.969.125	2.963.340	3.014.452	2.994.291
19	3.013.800	2.995.259	2.952.186	3.013.436	3.000.375
20	3.005.000	3.015.111	2.943.066	3.013.511	3.005.745
21		3.018.109	2.934.774	3.011.764	3.005.447
22		3.026.163	2.921.535		
23		3.034.217	2.908.296		

	SEST (0,5:0,5)	SEST (0,080:0,162)	SES (0,205)	SES (0,4)
MAE	137.874	78.144	88.637	96.458
MAPE	4,765	2,506	3,359	3,587

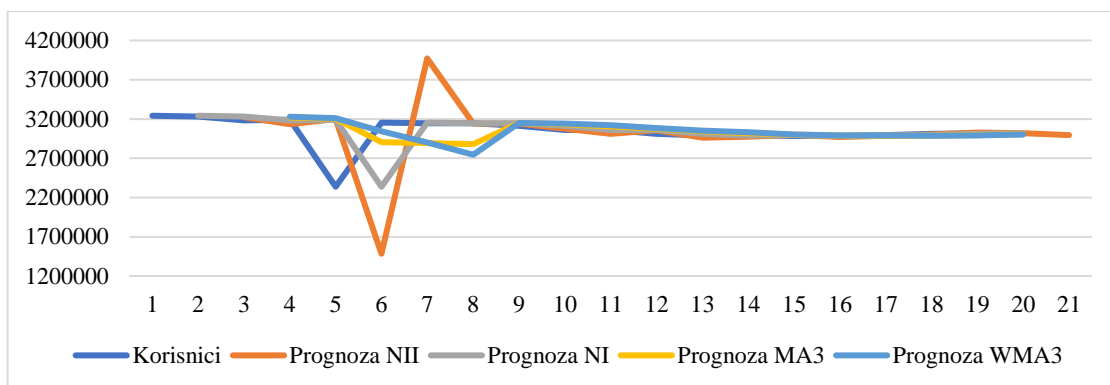
Izvor: Izrada autora

Prognoze pomoću optimiziranih parametara bolje prate stvarne vrijednosti, posebno u kasnijim kvartalima, što ukazuje na veću preciznost ovog modela. Optimizirani SEST model bolje prati trendove, smanjujući odstupanja između stvarnih i predviđenih vrijednosti, što se vidi iz nižih vrijednosti prosječne apsolutne greške (MAE) i prosječne apsolutne postotne greške (MAPE).



Grafikon 22. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater B
Izvor: Izrada autora

Sveukupno, optimizirani SEST i SES modeli s pokazuju bolju prilagodbu stvarnim podacima, posebno u razdobljima velikih oscilacija u broju korisnika i sprječavanje sličnih oscilacija u budućnosti.



Grafikon 23. Prikaz stvarnog broja korisnika i prognoza broja korisnika teleoperatera B
Izvor: izrada autora

Mogući razlozi za nagli pad korisnika su sljedeći:

1. Jedan od najvjerojatnijih razloga za nagli pad broja korisnika je povećanje cijena usluga. Ako je operater B značajno povećao cijene svojih paketa, mnogi korisnici bi mogli odlučiti prekinuti uslugu i preći na povoljnije konkurentske opcije.
2. Ukoliko je došlo do pogoršanja kvalitete usluge, poput problema sa signalom, sporim internetom ili lošom korisničkom podrškom, korisnici bi mogli postati nezadovoljni i prekinuti pretplatu.

3. Tehnički problemi, poput prekida mreže ili problema s pokrivenošću, mogu dovesti do gubitka korisnika. Ako operater B nije brzo riješio te probleme, korisnici su mogli preći na konkurenciju.

Mogući razlozi za nagli porast korisnika su sljedeći:

1. Nakon naglog pada, operater B bi mogao lansirati nove promotivne ponude ili sniziti cijene kako bi ponovno privukao korisnike. Takve ponude mogu uključivati besplatne mjesece usluge, značajne popuste ili atraktivne pakete.

2. Ako je operater B poboljšao kvalitetu usluge, poput unapređenja mrežne infrastrukture, poboljšanja pokrivenosti ili brže internetske veze, korisnici bi se mogli vratiti ili novi korisnici biti privučeni boljom kvalitetom usluge.

3. Uspješne marketinške kampanje: Intenzivne marketinške kampanje mogu povećati svijest o brandu i privući nove korisnike. Ciljane kampanje, posebno one koje nude pogodnosti za nove korisnike, mogu biti vrlo učinkovite.

4. Ukoliko su konkurenti imali tehničke probleme, povećali cijene ili pružali lošiju korisničku podršku, korisnici bi mogli migrirati natrag prema operateru B.

Nagla oscilacija broja korisnika operatera B može biti rezultat kombinacije visokih cijena i završetka promotivnih ponuda, što je dovelo do pada broja korisnika, praćenih kasnijim sniženjem cijena ili novim promotivnim ponudama koje su privukle korisnike natrag. Također, poboljšanje kvalitete usluge i uspješne marketinške kampanje mogle su doprinijeti oporavku broja korisnika. Razumijevanje ovih faktora može pomoći operateru B u boljem planiranju strategija za zadržavanje korisnika i sprječavanje sličnih oscilacija u budućnosti.

4.3. Analiza efikasnosti prognostičkih modela za teleoperatera C

Tablica 28 prikazuje komparativnu analizu različitih modela prognoziranja broja korisnika telekomunikacijskog operatera C.

Tablica 28. Mjere prognostičke efikasnosti modela - teleoperater C

	NI	NII	MA3	WMA3
MAE	29.722,22	57.789,47	102.166,70	117.039,20
MAPE	1,11%	2,20%	3,82%	4,38%

Izvor: Izrada autora

Iz tablice 28 je vidljivo da naivni model II (NII) ima najniži MAE (29722,22) i MAPE (1,11%), što sugerira da je najprecizniji model za predviđanje broja korisnika operatera C. Ostali modeli, iako također prilično precizni, pokazuju veće pogreške. Ostali modeli također prate rast, ali s većim odstupanjima u nekim periodima. Analiza omogućuje identifikaciju najpouzdanijeg modela za prognoziranje broja korisnika telekomunikacijskog operatera A, naglašavajući prednosti naivnog modela II u točnosti predviđanja.

Tablica 29 prikazuje stvarni broj korisnika, prognoze pomoću jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja (SES) i Holtovog dvoparametarskog modela (SEST) za telekomunikacijskog operatera C.

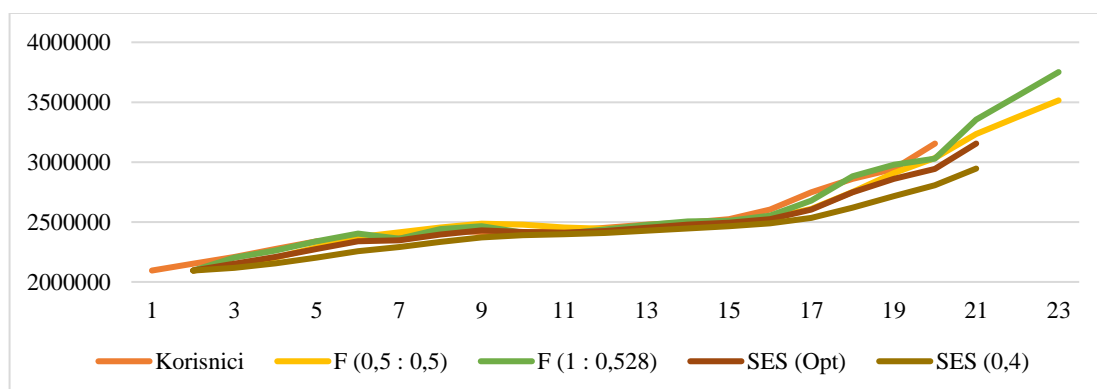
Tablica 29. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater C

Kvartali	Korisnici	F (0,5: ,5)	F (1:0,528)	SES (Opt)	SES (0,4)
1	2.095.000				
2	2.152.000	2.095.000	2.095.000	2.095.000	2.095.000
3	2.207.500	2.137.750	2.203.062	2.152.000	2.117.800
4	2.274.000	2.204.313	2.262.538	2.207.500	2.153.680
5	2.338.000	2.288.266	2.339.306	2.274.000	2.201.808
6	2.347.000	2.374.676	2.402.136	2.338.000	2.256.285
7	2.395.000	2.415.462	2.361.744	2.347.000	2.292.571
8	2.430.000	2.454.740	2.439.535	2.395.000	2.333.543
9	2.418.000	2.485.693	2.465.993	2.430.000	2.372.126
10	2.411.000	2.478.247	2.411.000	2.418.000	2.390.475
11	2.426.000	2.454.212	2.404.000	2.411.000	2.398.685
12	2.452.000	2.442.642	2.438.708	2.426.000	2.409.611
13	2.478.000	2.452.196	2.476.615	2.452.000	2.426.567
14	2.494.000	2.476.424	2.503.856	2.478.000	2.447.140
15	2.524.000	2.500.932	2.511.027	2.494.000	2.465.884
16	2.604.000	2.533.953	2.552.648	2.524.000	2.489.130
17	2.747.000	2.607.975	2.678.650	2.604.000	2.535.078
18	2.861.000	2.751.243	2.882.879	2.747.000	2.619.847
19	2.943.000	2.907.316	2.977.279	2.861.000	2.716.308
20	3.155.000	3.035.273	3.028.571	2.943.000	2.806.985
21		3.235.184	3.353.829	3.155.000	2.946.191
22		3.375.231	3.552.657		
23		3.515.278	3.751.486		

	SEST (0,5:0,5)	SEST (1:0,9)	SES (1)	SES (0,4)
MAE	54.329	30.627	57.789	111.999
MAPE	2,128	1,176	2,198	4,268

Izvor: Izrada autora

Iz tablice je vidljivo da stvarni broj korisnika postepeno raste kroz cijeli period. Prognoze pomoću SEST modela s parametrima 0.5 pokazuju značajna odstupanja u odnosu na stvarne vrijednosti, posebno u kasnijim kvartalima. Prognoze pomoću optimiziranih parametara bolje prate stvarne vrijednosti, što ukazuje na veću preciznost ovog modela.

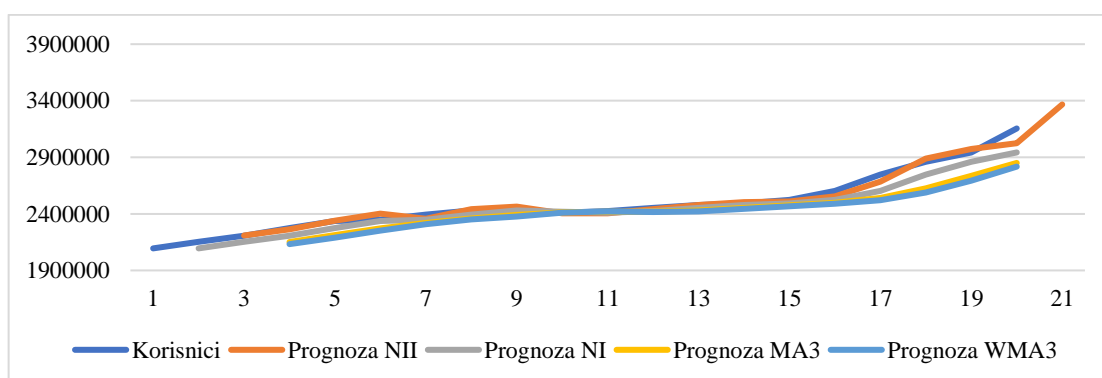


Grafikon 24. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater C
Izvor: Izrada autora

Optimizirani SEST model još bolje prati trendove, smanjujući odstupanja između stvarnih i predviđenih vrijednosti, što se vidi iz nižih vrijednosti prosječne apsolutne greške (MAE) i prosječne apsolutne postotne greške (MAPE).

Tablica prikazuje prednosti optimizacije parametara modela za postizanje preciznijih prognoza broja korisnika, omogućujući bolje planiranje i donošenje odluka za telekomunikacijskog operatera C. Sveukupno, SEST modeli pokazuju bolju prilagodbu stvarnim podacima, posebno u razdobljima kontinuiranog rasta broja korisnika.

Grafički prikazi broja korisnika telekomunikacijskog operatera C prikazuju kontinuirani rast broja korisnika kroz sve kvartale, bez značajnih naglih padova ili oscilacija koje su uočene kod operatera A i B. Ovaj stalni rast ukazuje na nekoliko ključnih faktora koji doprinose uspjehu operatera C.



Grafikon 25. Prikaz stvarnog broja korisnika i prognoza broja korisnika teleoperatera C
Izvor: izrada autora

Razlozi takvom rastu mogu biti sljedeći:

1. Pouzdanost i kvaliteta usluge: Kontinuirani rast broja korisnika sugerira da operater C nudi visoko pouzdanu i kvalitetnu uslugu. Korisnici su vjerojatno zadovoljni kvalitetom signala, brzinom interneta i općom stabilnošću mreže, što pridonosi njihovom zadržavanju i privlačenju novih korisnika.

2. Stalne nadogradnje i inovacije: Održavanje kontinuiranog rasta može ukazivati na to da se operater C konstantno nadograđuje i poboljšava svoje usluge. To može uključivati uvođenje novih tehnologija, proširenje mrežne pokrivenosti i unapređenje postojećih usluga, što sve doprinosi boljem korisničkom iskustvu.

3. Učinkovite marketinške strategije: Stabilan rast može biti rezultat uspješnih marketinških kampanja i promotivnih aktivnosti koje kontinuirano privlače nove korisnike. Operater C vjerojatno koristi ciljane kampanje i nudi atraktivne pakete i popuste koji su privlačni novim korisnicima.

4. Korisnička podrška: Visok nivo korisničke podrške također može igrati važnu ulogu u zadržavanju korisnika. Ako operater C nudi brzu i efikasnu podršku, korisnici će biti skloniji ostati vjerni, čak i ako se pojave manji problemi.

5. Pozitivne recenzije i preporuke: Pozitivno korisničko iskustvo često dovodi do pozitivnih recenzija i preporuka, koje dalje potiču rast korisničke baze. Ako postojeći korisnici preporučuju operatera C svojim prijateljima i obitelji, to može značajno doprinijeti stalnom priljevu novih korisnika.

Iz svega navedenog možemo zaključiti da je telekomunikacijski operater C vjerojatno najpouzdaniji među analiziranim operaterima, zahvaljujući stalnom unapređenju usluga, kvaliteti mreže i uspješnim marketinškim strategijama. Održavanje konstantnog rasta i zadržavanje korisnika ukazuje na visoku razinu zadovoljstva korisnika i efikasnu poslovnu strategiju operatera C.

Zaključak

U diplomskom radu prognozirani su brojevi korisnika triju najvećih hrvatskih telekomunikacijskih operatera koristeći različite modele prognoziranja, a s ciljem odabira najefikasnijeg prognostičkoga modela.

U prognoziranju su korišteni različiti modeli na bazi analize vremenske serije. Analiza je započeta s naivnim modelima, koji predstavljaju jednostavne metode prognoziranja. Naivni model I, koji pretpostavlja da će buduće vrijednosti biti jednake posljednjoj dostupnoj vrijednosti, pokazao se kao jedan od najefikasnijih modela, koji je unatoč svojoj jednostavnosti, pokazao visoku efikasnost, što se može pripisati stabilnim trendovima u broju korisnika kroz promatrano razdoblje.

Osim naivnih modela, korišteni su modeli pomičnih prosjeka, uključujući model jednostavnih tročlanih pomičnih prosjeka i model vaganih tročlanih pomičnih prosjeka, koji su omogućili izgladivanje podataka i identificiranje osnovnih trendova. Iako su ovi modeli bili korisni za razumijevanje općih trendova, njihova preciznost nije bila na razini naivnih modela ili modela eksponencijalnog izgladivanja.

Od modela eksponencijalnoga izgladivanja korišteni su model jednostavnoga eksponencijalnoga izgladivanja te Holtov dvoparametarski model linearnoga izgladivanja sa trendom, koji su, nakon optimizacije konstanti izgladivanja pokazali visoku prognostičku efikasnost. Međutim, Holtov dvoparametarski model, koji uključuje i komponentu trenda, pokazao se kao najefikasniji među svim analiziranim modelima. Optimizacijom parametara α i β postignute su najniže vrijednosti prosječne apsolutne pogreške (MAE) i prosječne apsolutne postotne pogreške (MAPE), što je dokazalo superiornost ovog modela u predviđanju broja korisnika.

U analizi su korištene MS Excel i POM-QM računalna potpora.

Rezultati empirijskoga istraživanja ukazali su na superiornost naivnoga modela I i Holtovog dvoparametarski modela linearnoga eksponencijalnoga istraživanja sa trendom u prognoziranju broja korisnika telekomunikacijskih operatera s najnižim vrijednostima mjera prognostičke efikasnosti.

Prognoziranje i analiza broja korisnika telekomunikacijskih operatera ključna je za učinkovito planiranje i upravljanje resursima u telekomunikacijskoj industriji. Rezultati provedenoga istraživanja mogu poslužiti kao temelj za buduća istraživanja i daljnje unapređenje modela prognoziranja u ovom sektoru.

Nedostaci istraživanja očituju se kroz nekoliko ograničenja. Istraživanje može biti ograničeno dostupnim skupom podataka koji ne obuhvaća sve relevantne varijable ili regije. Ako su podaci nedovoljni ili nisu reprezentativni za sve tržišne segmente, rezultati mogu biti nepouzdana ili neprimjenjivi na širu populaciju. Modeli koji se koriste za prognoziranje broja korisnika često se oslanjaju na pretpostavke koje možda nisu uvijek realistične. Na primjer, pretpostavke o stalnom rastu tržišta ili konstantnim obrascima ponašanja korisnika mogu biti pretjerane i ne odražavaju stvarne promjene u tržištu. Modeliranje i prognoziranje često ne uzimaju u obzir nepredviđene vanjske utjecaje poput ekonomskih kriza, promjena u regulativama, tehnoloških inovacija ili prirodnih katastrofa, koji mogu značajno utjecati na broj korisnika. Različiti faktori koji utječu na broj korisnika mogu biti složeni i međusobno povezani. Ako istraživanje ne uzima u obzir sve relevantne faktore i njihove međusobne odnose, modeli mogu biti pojednostavljeni i stoga manje precizni.

Buduća istraživanja trebaju uključivati šire i detaljnije skupove podataka koji obuhvaćaju različite regije, segmente tržišta i vremenske periode. Razviti i primijeniti naprednije modele za prognoziranje koji uzimaju u obzir složene interakcije između različitih faktora i mogu se prilagoditi promjenjivim uvjetima tržišta. Primjena metoda poput strojne obrade podataka, dubokog učenja i analiza velikih podataka može poboljšati točnost prognoza. Uključiti analizu potencijalnih vanjskih utjecaja kao što su ekonomske promjene, regulatorne promjene i tehnološki napredak. Ova analiza može pomoći u razumijevanju i kvantificiranju njihovog utjecaja na broj korisnika. Redovito ažurirati modele i metode prognoziranja kako bi se uzeli u obzir novi trendovi i promjene u industriji telekomunikacija. Ovo uključuje praćenje inovacija u tehnologiji i promjena u ponašanju korisnika. Koristiti multidisciplinarni pristup koji uključuje ekonomiju, sociologiju, tehnologiju i druge relevantne discipline kako bi se stekla cjelovitija slika faktora koji utječu na broj korisnika. Ovaj pristup može pomoći u razumijevanju složenih i međusobno povezanih čimbenika.

Implementacijom ovih preporuka, buduća istraživanja mogu pridonijeti razvoju preciznijih i učinkovitijih modela za prognoziranje broja korisnika u sektoru telekomunikacija, čime će se poboljšati strateško planiranje i odluke unutar industrije.

Literatura

- Brekalo, Miljenko, i Viktor Palić. "Utjecaj prava zemalja Europske unije na hrvatski stečajni postupak." U *Prvi međunarodni interdisciplinarni skup: Kultura, identitet, društvo–europski realiteti*, 789–798. Osijek: Odjel za kulturologiju Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, 2014.
- Bogdan Siniša, Suzana Bareša, i Velimir Hađina. "Testiranje primjenjivosti Altmanovog Z-score modela za predviđanje stečaja u Republici Hrvatskoj." *Notitia-časopis za održivi razvoj* 1, br.1 (2019): 31–46.
- Briš Alić, M., Grubišić, D., Kaštelan Mrak, M., Martinović, M., Prester, J., Vretenar, N. (2022). *Operacijski menadžment*. Osijek: Rijeka: Split: Zagreb., Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku; Sveučilište u Rijeci; Sveučilište u Splitu; Sveučilište u Zagrebu
- Box, G., Jenkins, G., Reinsel, G. (2015). *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons, New York
- Chopra, S. & Meindl, P., (2015), *Supply Chain Management : Strategy, Planing, and Operation*, 6th Edition, New Yersey: Pearson.
- Commandeur, J. (2007). *An Introduction to State Space Time Series Analysis (Practical Econometrics)*, Oxford University Press, oxford.
- Dunković, D. (2015). *Poslovno upravljanje u trgovini*. Zagreb: Ekonomski fakultet u Zagrebu, Zagreb.
- Državni zavod za statistiku. *Statistički ljetopis Republike Hrvatske 2009*. Zagreb: Državni zavod za statistiku, 2009. http://www.dsz.hr/hrv/publication/stat_year.html (pristupljeno 10. kolovoza 2010.).
- Fabozzi, Frank J., i Dessu Fabozzi. *The Handbook of Fixed Income Securities*. 4th ed. Illinois: Homewood, 1995. Citirano u Zoran Ivanović, *Financijski menadžment*. 2. izd. Opatija: Hotelijerski fakultet, 1997.
- FINA (2024). A1 Hrvatska d.o.o. - financijski izvještaji 2017. – 2023. godine. Dostupno na <https://rgfi.fina.hr/JavnaObjava-web/pSubjektTrazi.do> (12.07.2024.)

- FINA (2024). Telemach Hrvatska d.o.o. . - financijski izvještaji 2017. – 2023. godine. Dostupno na <https://rgfi.fina.hr/JavnaObjava-web/pSubjektTrazi.do> (12.07.2024.)
- Ganster, D. C. "Worker control and well-being: A review of research in the workplace." U *Job control and worker health*, uredio Steven L. Sauter, Joseph J. Hurrell, i Cary L. Cooper, 3–23. Chichester, UK: John Wiley and Sons, 1989.
- Gulin, Danimir, ur. Primjena Hrvatskih standarda financijskog izvještavanja. Zagreb: Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika, 2008.
- Hyndman, R., Athanasopoulos, G. (2018). Forecasting: principles and practice, OTexts
- Horn, J. (2018). User's Guide to Cheapo II: Economic Analysis of Stand Prognosis Model Outputs, Forgotten Books, Chicago.
- Industrija nafte INA. *Zaštita zdravlja, sigurnost i zaštita okoliša: Godišnje izvješće*. Zagreb: Industrija nafte INA, 2005. http://www.ina.hr/UserDocsImages/g_izvjesca_pdf/HSE_GI_AR_2005.pdf (pristupljeno 12. lipnja 2014.).
- Kovačić, Z. (1995). Analiza vremenskih serija, Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet Beograd.
- Mesarić, J., Dujak, D. (2017), Upravljanje opskrbnim lancima, Osijek: Ekonomski fakultet u Osijeku
- Ministarstvo pravosuđa Republike Hrvatske. *Vodič kroz predstečajni postupak*. Zagreb: Ministarstvo pravosuđa Republike Hrvatske, 2015. <https://www.mingo.hr/public/Vkpp2015.pdf> (pristupljeno 27. travnja 2020.)
- Moutinho, Luiz. *Strateški menadžment u turizmu* [Strategic Management in Tourism]. Zagreb: Masmedia, 2005.
- Nižić-Peroš, Jadranka. "Posljedice primjene Zakona o financijskom poslovanju i predstečajnoj nagodbi." *Oeconomica Jadertina* 10, br. 1 (2020): 131–162. <https://hrcak.srce.hr/240508> (pristupljeno 3. svibnja 2020.).
- Novak, Branko, i Ivica Crnković. "Klasifikacija dužnika banke prema razini poslovnih problema na osnovi podataka iz osnovnih financijskih izvješća." *Ekonomski pregled* 58, br. 1–2 (2007): 41–71.
- Parać, Branko. *Poduzetničko računovodstvo i financijsko izvještavanje*. Zagreb: MEP, 2008.

- Perotta, P. (2020). *Programming Machine Learning: From Coding to Deep Learning*. Pragmatic Bookshelf, New York.
- Vidučić, Ljiljana, Sandra Pepur, i Marija Šimić Šarić. *Financijski menadžment*. 9. izd. Zagreb: RRI plus, 2015.
- Vuković, Đuro, i Eduard Kunštek. *Međunarodno građansko procesno pravo*. Zagreb: Zgombić & Partneri, 2005.
- WestJet Airlines. *Annual report to shareholders*. Calgary, AB: WestJet Airlines, 2008.
- Zakon o zaštiti prirode*. Narodne novine, 2005, br. 75. <http://narodne-novine.nn.hr/> (pristupljeno 20. kolovoza 2006.).
- Zagrebačka burza (2024). Hrvatski telekom – financijski izvještaji od 2017. – 2024. godine. Dostupno na https://eho.zse.hr/financijski-izvjestaji/search?tx_issuerpublicationmanager_publicfinancialreportlisting%5Byear%5D=all&tx_issuerpublicationmanager_publicfinancialreportlisting%5Bquery%5D=Hrvatski+telekom&tx_issuerpublicationmanager_publicfinancialreportlisting%5Bfilter%5D=issuerName (12.07.2024.).
- Žager, Katarina, Ivana Mamić Sačer, Sanja Sever Mališ, Ana Ježovita, i Lajoš Žager. *Analiza financijskih izvještaja*. 3. izd. Zagreb: Masmedia, 2017.

Popis ilustracija

Slika 1. Shematski prikaz kvantitativnih metoda modela prognoziranja	5
Slika 2. Najčešće korišteni kvantitativni modeli prognoziranja.....	7
Tablica 1. Statističko deskriptivna analiza - teleoperater A.....	22
Tablica 2. Statističko deskriptivna analiza - teleoperater B	23
Tablica 3. Statističko deskriptivna analiza - teleoperater C	25
Tablica 4. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom tročlanih pomičnih prosjeka MA3	28
Tablica 5. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3	30
Tablica 6. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja – SES (0.4).....	32
Tablica 7. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom optimiziranog jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja.....	33
Tablica 8. Prognoza broja korisnika teleoperatera A Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (0.5, 0.5)	35
Tablica 9. Prognoza broja korisnika teleoperatera A Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (1, 0.528)	36
Tablica 10. Prognoza broja korisnika teleoperatera B putem naivnog modela I.....	38
Tablica 11. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom pomičnih prosjeka MA3.....	40
Tablica 12. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3	41
Tablica 13. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja – SES (0.4).....	43
Tablica 14. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom optimiziranog jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja.....	44
Tablica 15. Prognoza broja korisnika teleoperatera B Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (0.5, 0.5)	46
Tablica 16. Prognoza broja korisnika teleoperatera B Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (0.080, 0.162).....	47
Tablica 17. Prognoza broja korisnika teleoperatera C putem naivnog modela I.....	50
Tablica 18. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom pomičnih prosjeka MA3.....	52
Tablica 19. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3	54
Tablica 20. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja – SES (0.4).....	56
Tablica 21. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom optimiziranog jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja.....	57
Tablica 22. Prognoza broja korisnika teleoperatera C Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (0.5, 0.5)	58

Tablica 23. Prognoza broja korisnika teleoperatera C Holtovim dvoparametarskim modelom - SEST (1, 0.9)	60
Tablica 24. Mjere prognostičke efikasnosti modela - teleoperater A.....	61
Tablica 25. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater A.....	62
Tablica 26. Mjere prognostičke efikasnosti modela - teleoperater B.....	65
Tablica 27. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater B	66
Tablica 28. Mjere prognostičke efikasnosti modela - teleoperater C.....	69
Tablica 29. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater C.....	70
Grafikon 1. Kretanje broja korisnika teleoperatera A.....	21
Grafikon 2. Kretanje broja korisnika teleoperatera B	23
Grafikon 3. Kretanje broja korisnika teleoperatera C	24
Grafikon 4. Prognoza broja korisnika teleoperatera A dobivena primjenom naivnog modela NII.....	26
Grafikon 5. Prognoza broja korisnika teleoperatera A putem naivnog modela I.....	27
Grafikon 6. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom jednostavnih pomičnih prosjeka MA3.....	29
Grafikon 7. Prognoza broja korisnika teleoperatera A modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3	31
Grafikon 8. Usporedba prognoziranih vrijednosti broja korisnika modelom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja -teleoperater A.....	34
Grafikon 9. Prognoza broja korisnika teleoperatera B naivnim modelom NII	37
Grafikon 10. Prognoza broja korisnika teleoperatera B putem naivnog modela I	39
Grafikon 11. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom pomičnih prosjeka MA3	40
Grafikon 12. Prognoza broja korisnika teleoperatera B modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3	42
Grafikon 13. Usporedba prognoza za metodom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja - teleoperater B	45
Grafikon 14. Prognoza broja korisnika teleoperatera B Holtovim dvoparametarskim modelom	48
Grafikon 15. Prognoza broja korisnika teleoperatera C putem naivnog modela II.....	49
Grafikon 16. Prognoza broja korisnika teleoperatera C putem naivnog modela I	51
Grafikon 17. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom pomičnih prosjeka MA3	53
Grafikon 18. Prognoza broja korisnika teleoperatera C modelom tročlanih pomičnih prosjeka WMA3	55
Grafikon 19. Usporedba prognoza za metodom jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja -teleoperater C	58
Grafikon 20. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater A	63
Grafikon 21. Prikaz stvarnog broja korisnika i prognoza broja korisnika teleoperatera A	63
Grafikon 22. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater B	67
Grafikon 23. Prikaz stvarnog broja korisnika i prognoza broja korisnika teleoperatera B	67
Grafikon 24. Usporedba prognoza SES i SEST model – teleoperater C	71
Grafikon 25. Prikaz stvarnog broja korisnika i prognoza broja korisnika teleoperatera C	71