

# Ekonometrijska analiza tržišta nekretnina

---

**Klarić, Lucia**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Tourism and Hospitality Management / Sveučilište u Rijeci, Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:191:814781>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-05**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Tourism and Hospitality Management - Repository of students works of the Faculty of Tourism and Hospitality Management](#)



**SVEUČILIŠTE U RIJECI**  
**Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu**  
**Sveučilišni diplomski studij**

**LUCIA KLARIĆ**

**Ekonometrijska analiza tržišta nekretnina**

**Econometric analysis of real estate market**

Diplomski rad

Opatija, rujan 2024.

**SVEUČILIŠTE U RIJECI**  
**Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu**  
**Sveučilišni diplomski studij**  
**Menadžment u hotelijerstvu**

**Ekonometrijska analiza tržišta nekretnina**

**Econometric analysis of real estate market**

Diplomski rad

Kolegij: **Ekonometrija** Student: **Lucia Klarić**

Mentor: prof. dr. sc. **Tea Baldigara** Matični broj: **ds3619/21**

Komentor: doc. dr. sc. **Jelena Mušanović**

Opatija, rujan 2024.



## IZJAVA O AUTORSTVU RADA I O JAVNOJ OBJAVI OBRANJENOG DIPLOMSKOG RADA

Lucia Klarić

ds3619/21

---

Ekonometrijska analiza tržišta nekretnina

---

Izjavljujem da sam ovaj rad samostalno izradila/o, te da su svi dijelovi rada, nalazi ili ideje koje su u radu citirane ili se temelje na drugim izvorima, bilo da su u pitanju knjige, znanstveni ili stručni članci, Internet stranice, zakoni i sl. u radu jasno označeni kao takvi, te navedeni u popisu literature.

Izjavljujem da kao student–autor diplomskog rada, dozvoljavam Fakultetu za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Sveučilišta u Rijeci da ga trajno javno objavi i besplatno učini dostupnim javnosti u cjelovitom tekstu u mrežnom digitalnom repozitoriju Fakulteta za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Sveučilišta u Rijeci.

U svrhu podržavanja otvorenog pristupa diplomskim radovima trajno objavljenim u javno dostupnom digitalnom repozitoriju Fakulteta za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Sveučilišta u Rijeci, ovom izjavom dajem neisključivo imovinsko pravo iskorištavanja bez sadržajnog, vremenskog i prostornog mog diplomskog rada kao autorskog djela pod uvjetima *Creative Commons* licencije CC BY Imenovanje, prema opisu dostupnom na <http://creativecommons.org/licenses/>.

U Opatiji, rujan 2024.

*Lucia Klarić*

---

## Sažetak

U posljednjem desetljeću, građevinski sektor u Hrvatskoj prošao je kroz niz izazova koji su ostavili dubok trag na gospodarska kretanja zemlje. U tom kontekstu, ekonometrijska analiza tržišta nekretnina, građevinskih radova i građevinskih dozvola postaje ključna za razumijevanje dinamike ovog sektora. Recesija koja je pogodila Hrvatsku ostavila je duboke posljedice na gospodarstvo, a građevinski sektor bio je među najviše pogođenim. Pad realnih plaća, rast nezaposlenosti i slabljenje domaće potražnje samo su neki od ključnih pokazatelja koji su obilježili ovo razdoblje. Građevinski radovi su kontinuirano opadali od sredine 2008. godine pa sve do srpnja 2014., što je jasno pokazalo negativan utjecaj recesije na ovu industriju. Unatoč dugotrajnom padu aktivnosti, druga polovica 2020. godine donijela je neočekivani porast cijena građevinskog materijala i proizvoda. Poremećaji u opskrbnom lancu i nedostatak materijala doveli su do obustave projekata, uključujući i obnovu potresom pogođenih područja. Nedostatak radne snage postao je izraženiji, s procjenom da je za obnovu potrebno oko 10.000 dodatnih građevinara, što je potaknulo uvoz radne snage iz susjednih i azijskih zemalja. Ulazak u novu fazu pandemije bolesti COVID-19 dodatno je usporio aktivnosti u građevinskom sektoru, ističući potrebu za preciznom analizom tržišta nekretnina i građevinskih dozvola. Izdavanje građevinskih dozvola postalo je ključni pokazatelj dinamike kretanja građevinske djelatnosti, budućih radova i strukture investicija. Uzimajući u obzir ulogu građevinskog sektora u gospodarskoj strukturi Hrvatske, jasno je da će budući trendovi uvelike biti uvjetovani kretanjima u drugim sektorima, posebno u turizmu i industriji. Uz to, ulaganje u nekretnine može biti privlačna opcija, pogotovo ako se nekretnine iznajmljuju turistima, pružajući dodatni izvor prihoda i podržavajući oporavak građevinskog sektora. Kroz analizu odobrenih projekata i stvarne izvedbe građevinskih radova, ekonometrijska analiza postaje ključni alat za predviđanje ponašanja tržišta nekretnina i planiranje budućih investicija. Rezultati analize omogućavaju dublji uvid u povezanost između odobrenih projekata i stvarne izvedbe radova, pružajući temelj za informirane odluke u dinamičnom okruženju građevinskog sektora. Nakon provedenog procesa prognoziranja, izvršena je evaluacija efikasnosti prognostičkih modela, u svrhu utvrđivanja točnosti, te prediktivne sposobnosti modela u odnosu na stvarne podatke te kako bi se identificirale eventualne slabosti koje bi mogle biti predmet daljnje optimizacije.

Ključne riječi: Modeli regresijske analize; modeli na bazi analize vremenskih serija prognoziranje, tržište nekretnina

# Sadržaj

Uvod	2
1. Osnove kvantitativnih modela prognoziranja	3
1.1. MODELI REGRESIJSKE ANALIZE	4
1.1.1. <i>Pretpostavke klasičnoga linearnoga regresijskog modela</i>	7
1.1.2. <i>Analiza reprezentativnosti regresijskoga modela</i>	13
1.1.3. <i>Model potencijske regresije</i>	19
2. Ekstrapolativni prognostički modeli	21
2.1. NAIVNI MODELI	23
2.2. HOLTOV DVOPARAMETARSKI MODEL LINEARNOG EKSPONENCIJALNOG IZGLAĐIVANJA S TRENDOM	25
2.3. MODEL DVOČLANIH JEDNOSTAVNIH POMIČNIH PROSJEKA	26
2.4. MJERE PROGNOСТИČKE EFIKASNOSTI	28
3. Ekonometrijska analiza tržišta nekretnina	33
3.1. STATISTIČKO DESKRIPTIVNA ANALIZA TRŽIŠTA NEKRETNINA	35
3.2. EKONOMETRIJSKO MODELIRANJE I PROGNOZIRANJE VRIJEDNOSTI GRAĐEVINSKIH RADOVA	38
3.2.1. <i>Kauzalni prognostički modeli</i>	38
3.2.2. <i>Ekstrapolativni prognostički modeli</i>	48
3.2.3. <i>Komparativna analiza efikasnosti odabranih prognostičkih modela</i>	55
Zaključak	57
Bibliografija	60

## Uvod

U diplomskom radu modelira se i prognozira vrijednost izvršenih građevinskih radova u Republici Hrvatskoj. Građevinski sektor je ključan za ekonomski razvoj, a razumijevanje dinamike kretanja stvarne izvedbe radova može pružiti važne uvide za donositelje odluka, investitore i sve sudionike u sektoru.

Analiza se temelji na kvantitativnim godišnjim podacima preuzetim s mrežnih stranica Državnog zavoda za statistiku Republike Hrvatske za razdoblje od 2008. do 2022. godine. U analizi su korištene Gretl, POM-QM i MS Excel programske potpore.

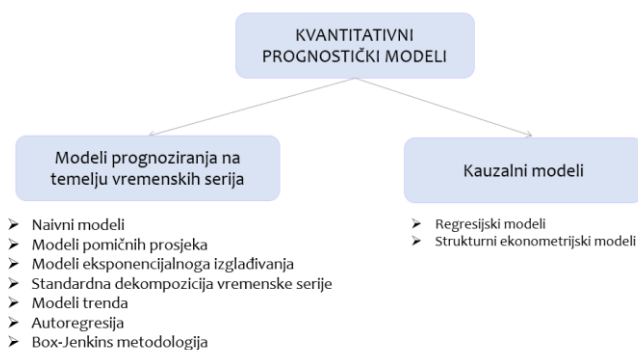
Prvo poglavlje uvodi osnovne koncepte regresijske analize, s naglaskom na jednostavnu linearnu regresiju, te osnovne pretpostavke klasičnoga linearnog regresijskog modela.

U ovom poglavlju, objašnjen je dvostruko logaritamski model kako bi se razumjela osjetljivost građevinskih radova na promjene u broju izdanih dozvola, što može pružiti korisne informacije za donositelje odluka u građevinskom sektoru. Drugo poglavlje sagledava različite prognostičke modele temeljene na analizi vremenskih serija. Treće poglavlje posvećeno je empirijskom modeliranju i prognoziranju tržišta nekretnina u Republici Hrvatskoj. Analizom sekundarnih podataka provodi se statističko-deskriptivna analiza tržišta nekretnina u Republici Hrvatskoj, a koja pruža osnovne statističke pokazatelje. Modeliranje i prognoziranje kretanja građevinskih radova temeljeno je na upotrebi modela regresijske analize i modela na temelju analize vremenske serije. Nakon provedenoga modeliranja i prognoziranja izvršena je usporedba prognostičke efikasnosti korištenih modela kako bi se evaluirala njihova učinkovitost. temeljni je cilj diplomskog rada modelirati i prognozirati kretanje vrijednosti građevinskih radova te pružiti praktične smjernice za poboljšanje procesa i donošenje odluka u građevinskom sektoru. Prognoziranje građevinskih radova pruža važne uvide u planiranje, donošenje odluka i upravljanje projektima u građevinskom sektoru.

U zaključku rada pruža se pregled ključnih rezultata i preporuka na temelju provedenih analiza. Rad završava analizom rezultata i preporukama za buduća istraživanja i praktične primjene u građevinskom sektoru. Kombinacija korištenja kauzalnih modela i modela na bazi analize vremenske serije omogućava pružanje cjelovitoga i detaljnijega uvid u dinamiku kretanja vrijednosti građevinskih radova, te pomaže u planiranju i donošenju informiranih odluka koje se odnose na temeljne determinante tržišta nekretnina.

# 1. Osnove kvantitativnih modela prognoziranja

Postoje dvije osnovne kategorije kvantitativnih modela koji se koriste u prognoziranju, kauzalni modeli i ekstrapolativni modeli. Kauzalni modeli matematički simuliraju uzročno-posljedične veze analizirane pojave. Ekstrapolativni modeli, često nazvani i modeli temeljeni na analizi vremenske serije, pretpostavljaju da je prošli tijek varijable ključan za prognoziranje njezine budućnosti. Uzorci u podacima iz prošlosti koriste se za projekciju ili ekstrapolaciju budućih vrijednosti, a uzročne veze se zanemaruju. Slika 1. prikazuje najčešće korištene prognostičke modele.



**Slika 1.** Pregled kvantitativnih modela prognoziranja

Izvor: Baldigara, T. *Ekonometrija: e-nastavni materijal*, Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Opatija, 2023.

Ekstrapolativni modeli formalno zbrajaju obrasce u podacima i izražavaju statističku povezanost između prethodnih i tekućih vrijednosti promatrane varijable. Takvi se modeli upotrebljavaju za projekcije budućih obrazaca u podacima, odnosno za ekstrapolaciju prošlih i tekućih ponašanja promatranih podataka u budućnost.

Regresijskim modelima analizira se povezanost između varijable od interesa i jedne ili više nezavisnih (engl. predictor) varijabli. Ponekad se takvi modeli nazivaju kauzalnim prognostičkim modelima ( engl. causal forecasting models ) jer se smatra da se nezavisnim varijablama opisuje utjecaj na varijablu od interesa.

Korištenjem softvera poput Gretla, ovaj proces se može automatizirati i pojednostaviti, omogućujući preciznu procjenu predviđenih vrijednosti za daljnju analizu. U nastavku će se detaljnije opisati samo oni modeli koje će biti korišteni u empirijskom dijelu diplomskoga rada.



## 1.1. Modeli regresijske analize

Regresijska se analiza bavi ispitivanjem ovisnosti jedne zavisne varijable o jednoj ili više nezavisnih varijabli radi utvrđivanja analitičkog izraza, odnosno utvrđivanja regresijskog modela koji služi u analitičke i prognostičke svrhe. Drugim riječima, regresijska analiza je nastojanje da se objasni kretanje vrijednosti u jednoj varijabli uz pomoć vrijednosti drugih varijabli.<sup>1</sup> Modelom jednostavne linearne regresije analizira se ovisnost jedne zavisne varijable o jednoj nezavisnoj, a modelom višestruke linearne regresije ovisnost jedne zavisne o većem broju nezavisnih varijabli.<sup>2</sup>

Regresijski model predstavlja osnovu svake analize podataka, služeći kao algebarski model koji analitički izražava statistički odnos među pojavama. Kroz jednadžbe s konačnim brojem parametara i varijabli, regresijski modeli omogućuju kvantificiranje i analiziranje tih odnosa. Specifičnost svakoga regresijskog modela jest postojanje slučajne varijable, koja predočuje nesustavne utjecaje, razlikujući ekonometrijski model od determinističkoga. Regresijski model analizira se polazeći od stvarnih vrijednosti pojava, odnosno od stvarnih (empirijskih) vrijednosti varijabli. Podaci potrebni za regresijsku analizu mogu potjecati iz primarnih ili sekundarnih izvora, a dobivaju se mjerenjem ili opažanjem u statističkim analizama.

Kroz pažljiv odabir i prilagodbu modela, te korištenje odgovarajućih metoda za analizu podataka, regresijska analiza pruža uvid u složene statističke odnose, čineći je nezamjenjivom u modernoj analitičkoj praksi.

Regresijski modeli predstavljaju ključni alat u analizi podataka, omogućujući analitičarima i istraživačima da kvantificiraju odnose među varijablama, predviđaju buduće trendove i donose informirane odluke i ponašanja na temelju postojećih podataka.

Opći oblik regresijskog modela dan je izrazima:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_k) + \varepsilon \quad (1)$$

ili

---

<sup>1</sup> Brooks, C.: *Introductory Econometrics for Finance*, 38.

<sup>2</sup> Dumičić i drugi. "Poslovna statistika", 329.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_k) \cdot \varepsilon \quad (2)$$

gdje je :

$Y$  – zavisna  $X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_k$  – nezavisne varijable

$\varepsilon$  – stohastička varijabla koja predočuje nesustavne utjecaje na zavisnu varijablu

Osnova je svake analize regresijski model. Regresijski model definira se kao algebarski model kojim se analitički izražava statistički odnos među pojavama, odnosno jednačba ili skup jednačbi s konačnim brojem parametara i varijabli.

#### *Jednostavni linearni regresijski model*

Jednostavni linearni regresijski model predstavlja najjednostavniji oblik stohastičkog odnosa između dvije varijable. Veza između varijabli izražava se linearnom jednačbom, a sam je model dan izrazom:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad (3)$$

gdje je :

$Y$  - zavisna varijabla

$X$  - nezavisna varijabla

$\beta_0$  - konstanti član, odsječak na osi ordinate

$\beta_1$  - regresijski koeficijent, koeficijent nagiba (smjera); označava vrijednost promjene  $Y$  za jediničnu promjenu  $X$

$\varepsilon$  – slučajna pogreška ili rezidual

U modelu jednostavne linearne regresije, regresijski koeficijent  $\beta_1$  opisuje marginalni (granični) utjecaj nezavisne varijable na zavisnu varijablu, odnosno, apsolutnu promjenu zavisne varijable uzrokovanu apsolutnom jediničnom promjenom nezavisne varijable.

Na taj način,  $\beta_1$  omogućava kvantifikaciju utjecaja promjena nezavisne varijable na zavisnu varijablu, što je ključno za analizu i interpretaciju rezultata regresije.

Konstantni član  $\beta_0$  predstavlja prosječnu vrijednost zavisne varijable kada je nezavisna varijabla jednaka nuli te daje osnovnu razinu zavisne varijable u odsutnosti utjecaja nezavisne varijable, pružajući početnu referentnu točku za analizu regresijskog modela.

Jedna od ključnih pretpostavki primjene linearne regresije je linearnost modela. Linearni regresijski modeli čine važnu skupinu unutar regresijskih modela zbog svoje jednostavnosti i korisnosti. Unutar statističke analize modeli se dijele na tri osnovne skupine:

- Linearni modeli
- Nelinearni modeli koji se mogu transformirati u linearne
- Nelinearni modeli

Linearnost modela obično se povezuje s dimenzijom (potencijom) varijabli i nepoznatih parametara. Model je linearan u varijablama ako svaka varijabla ima potenciju jednaku 1 te nije podijeljena ili pomnožena s drugom varijablom.

Slično tome, model je linearan u parametrima ako svaki parametar ima potenciju jednaku 1 te nije pomnožen ili podijeljen s drugim parametrima.

Razumijevanje linearnosti modela, kako u varijablama tako i u parametrima, te prepoznavanje stohastičke prirode modela, omogućava analitičarima da preciznije interpretiraju podatke i donose informirane zaključke. Korištenje ovih modela, unatoč njihovim ograničenjima, pruža temelje za daljnja istraživanja i složenije analize u različitim područjima primjene.

Stohastička narav regresijskog modela podrazumijeva da za svaku vrijednost nezavisne varijable postoji cijela distribucija vjerojatnosti za vrijednosti zavisne varijable. Navedeno implicira da se vrijednost zavisne varijable nikada ne može točno predvidjeti. Neizvjesnost u vezi zavisne varijable pojavljuje se zbog prisutnosti slučajnog odstupanja  $\epsilon$ , koje pridaje slučajnost.

Procjena parametara ili vrednovanje ocjena parametara, sa ekonometrijskog stajališta i statističke pouzdanosti, vrši se temeljem tri skupine kriterija i to ekonomskih, statističkih te ekonometrijskih.

Problem ocjenjivanja parametara regresijskog modela može se promatrati kao problem ocjenjivanja parametara distribucije vjerojatnosti zavisne varijable Y. Taj se problem može riješiti pomoću određenog broja različitih metoda ocjenjivanja.

Neke od tih metoda su:

- Metoda najmanjih kvadrata (Method of Ordinary Least Squares Estimators, OLS)
- Najbolje linearno nepristrano ocjenjivanje (Best Linear Unbiased Estimator, BLUE )
- Metoda maksimalne vjerodostojnosti (Method of Maximum Likelihood Estimator, MLE)

Iako postoji više metoda dobivanja regresijske funkcije uzorka, u regresijskoj analizi najčešće se koristi metoda najmanjih kvadrata (Method of Ordinary Least Square, OLS metoda). Metodu najmanjih kvadrata (Ordinary Least Squares) utemeljio je je Carl Friedrich Gauss, početkom 19. stoljeća.

OLS metoda minimizira sumu kvadrata odstupanja (reziduala) između stvarnih podataka i procijenjenih vrijednosti koje predviđa linearni model.

Parametri modela izravno pokazuju kako promjena u jednoj nezavisnoj varijabli utječe na zavisnu varijablu. Ovo svojstvo čini OLS metodu ključnim alatom u analizi podataka i predviđanju kada su pretpostavke metode zadovoljene OLS pruža pouzdane i precizne procjene.

### **1.1.1.Pretpostavke klasičnoga linearnoga regresijskog modela**

Standard prema kojemu se utvrđuju rezultati regresijske analize dan je postavkama klasičnog linearnog regresijskog modela (CLRM – Classical Linear Regression Model). Model je 1821. godine definirao C. F. Gauss. Ako pretpostavke nisu ispunjene, rezultati su netočni i obmanjujući.

Pretpostavke Gaussovog klasičnog linearnog regresijskog modela su slijedeće:

- Korektna specifikacija i linearnost regresijskog modela
- Sredina jednaka nuli
- Odsutnost autokorelacije
- Homoskedastičnost
- Odsutnost multikolinearnosti
- Nestohastičnost varijable  $X$
- Normalnost slučajnog odstupanja

Regresijski model korektno je specificiran ako uključuje sve relevantne objašnjavajuće varijable i ima odgovarajući funkcijski oblik. Ova specifikacija osigurava da model može precizno kvantificirati odnose između zavisne varijable i nezavisnih varijabli. Korektno specificiran regresijski model također mora biti linearan u parametrima i odstupanjima, što omogućuje dobivanje linearnog procjenitelja i olakšava analizu i interpretaciju rezultata. Međutim, model može, ali ne mora biti linearan u varijablama, a nelinearnost se često rješava transformacijom varijabli.

Jedna od ključnih pretpostavki za korektno specificiran regresijski model je uključivanje svih relevantnih objašnjavajućih varijabli. Uključivanje svih relevantnih varijabli smanjuje problem pristranosti zbog izostavljanja važnih varijabli i osigurava da model bolje odražava stvarne odnose u podacima.

Pod pretpostavkom normalnosti slučajnih odstupanja, moguće je odrediti distribuciju procjenitelja, što je ključno za testiranje hipoteza i izradu intervala pouzdanosti.

Specifikacija regresijskog modela koji je linearan u parametrima i odstupanjima, te uključuje sve relevantne varijable i odgovarajući funkcijski oblik, od ključne je važnosti za točnost i pouzdanost statističkih procjena. Iako model može biti nelinearan u varijablama, transformacije omogućuju prilagodbu takvih modela u linearni oblik, čime se zadržavaju prednosti linearnosti u parametrima. Korektno specificiran regresijski model pruža čvrst temelj za analizu, predikciju i donošenje odluka na temelju podataka.

### *Normalnost slučajnoga odstupanja*

U mnogim ekonometrijskim modelima, pretpostavka o normalnosti slučajnih odstupanja (reziduala) osnova je za testiranje hipoteza i izradu pouzdanih intervala povjerenja. Normalnost jamči pouzdanost statističkih testova te je neophodna u postupcima testiranja hipoteza i izračunavanju intervalnih procjena parametara. Testiranje hipoteza i statističko zaključivanje vrši se pod pretpostavkom da su rezidualna odstupanja normalno distribuirana.<sup>3</sup> Stoga, ako postoji nenormalnost u distribuciji reziduala provedeni statistički testovi, kao što su t - test i F-test, nisu pouzdani i zaključci doneseni temeljem statističkih testova mogu biti pogrešni. Pretpostavka da su rezidualna odstupanja normalno distribuirana može se testirati pomoću Jarque-Bera testa, kojim se koristeći koeficijent asimetrije i zaobljenosti reziduala procijenjenih metodom najmanjih kvadrata, ispituje odstupanje procijenjenih vrijednosti od vrijednosti pri kojima su odstupanja normalno distribuirana.<sup>4</sup> Jarque-Bera (JB) test veličina, pod pretpostavkom normalnosti, pripada  $X^2$  distribuciji s 2 stupnja slobode. Pri tome je poznato da je za normalnu distribuciju koeficijent asimetrije  $\alpha_3 = 0$ , a koeficijent zaobljenosti  $\alpha_4 = 3$ . Nulta hipoteza: „greške relacije su normalno distribuirane“ odbacuje se kao lažna ako je  $JB > X_{\alpha}^2(2)$  ili alternativno ako je empirijska razina signifikantnosti  $p$  manja od teorijske razine signifikantnosti.<sup>5</sup> Vrijednost Jarque-Bera test može se izračunati iz izraza:

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right] \quad (4)$$

gdje je:

$n$  - veličina uzorka

$S$  - koeficijent asimetrije

$K$  - koeficijent zaobljenosti

### *Nepostojanje autokorelacije slučajnih pogrešaka*

---

<sup>3</sup> Belullo, A. *Uvod u ekonometriju*, 42.

<sup>4</sup> Gujurati, D. N. *Basic Econometrics*, 148.

<sup>5</sup> Baldigara, T. *Ekonometrija*, 68.

Autokorelacija postoji kada su vrijednosti slučajne varijable međusobno korelirane veličine. Autokorelacija se uobičajeno javlja kod ocjenjivanja modela na osnovi podataka vremenskih nizova te predstavlja očekivanu vrijednost između dviju različitih komponenti varijable  $u$  koja je različita od 0. Autokorelacija se naziva i serijska korelacija te pomaže otkriti ponavljajuće periodične uzorke među podacima koji mogu pomoći pri daljnjoj analizi.<sup>6</sup>

Kako je pojava autokorelacije povezana s pogreškama relacije koja je nepoznata, otkrivanje i analiza autokorelacije oslanja se na procijenjene pogreške, tj. rezidualna odstupanja. Postoji više načina za otkrivanje autokorelacije, među kojima se spominju grafička metoda i formalni testovi.

Kod testiranja postojanja autokorelacije rezultat može varirati od -1 do 1. Vrijednost koeficijenta autokorelacije od 1 predstavlja savršenu pozitivnu korelaciju. U slučaju savršeno pozitivne autokorelacije, porast jednog vremenskog niza dovodi do proporcionalnog rasta drugog vremenskog niza. Sa druge strane, vrijednost koeficijenta autokorelacije od -1 predstavlja savršenu negativnu korelaciju. U slučaju savršeno negativne autokorelacije, porast jednog vremenskog niza dovodi do proporcionalnog pada drugog vremenskog niza. Ako je niz potpuno slučajan, očekivane vrijednosti koeficijenta autokorelacije bit će jednake nuli. Čak iako je vrijednost autokorelacije mala, još uvijek može postojati nelinearna veza između statističkog niza u početnom obliku i tog istog niza sa pomakom u vremenu.

Kod negativne autokorelacije pozitivna odstupanja slijede negativna, zatim ponovo pozitivna, dok kod pozitivne autokorelacije odstupanja imaju najčešće isti predznak.

U praksi se najčešće susreće autokorelacija prvog reda koja se može izraziti autoregresijskom funkcijom danom izrazom:

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t \quad (5)$$

gdje je:

$u_t$  – odstupanje u razdoblju  $t$

$u_{t-1}$  – odstupanje u prethodnom razdoblju

---

<sup>6</sup> <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/data-science/autocorrelation/>, Pristupila: 26.05.2024

$\rho$  – jednostavni korelacijski koeficijenti između  $u_t$  i  $u_{t-1}$ ,  $|\rho| < 1$

$v_t$  – normalno distribuirana nezavisna odstupanja koja su u skladu s klasičnim pretpostavkama, tj.  $v_t \sim N(0, \sigma^2)$ <sup>7</sup>

Ako je apsolutna vrijednost koeficijenta korelacije blizu apsolutnoj jedinici tada je riječ o usko povezanim varijablama. Niska apsolutna vrijednost koeficijenta korelacije znači da je veza između varijabli slaba, no ne nužno. Povezanost između varijabli može biti krivolinijska, pa je upotreba koeficijenta linearne korelacije ponekad neprimjerena.<sup>8</sup>

Jedan od najčešće korištenih testova za provjeru kvalitete regresijskog modela odnosi se na provjeru korelacije između rezidualnih odstupanja. Ako su vrijednosti rezidualnih odstupanja međusobno korelirane, govori se o pojavi autokorelacije.

Durbin-Watsonov test je koristan za otkrivanje autokorelacije prvog reda, dok je Breusch-Godfrey test fleksibilniji i može se koristiti za utvrđivanje autokorelacije višeg reda. Razumijevanje i pravilna primjena ovih testova omogućava analitičarima da poboljšaju valjanost i pouzdanost svojih regresijskih modela, osiguravajući točnije i pouzdanije procjene. Razlikujemo koeficijent autokorelacije nultog, prvog, odnosno j-tog reda. Koeficijent autokorelacije nultog reda  $p_0$  jednak je jedinici jer je korelacija između rezultata istih entiteta u paru jednaka jedan.

Test koji se često provodi za utvrđivanje postojanja autokorelacije višeg reda te u slučaju postojanja varijabli s pomakom jest Breusch-Godfrey test koji je poznat i kao LM (Lagrange Multiplier). Primjenjiv je i u slučaju autokorelacije prema procesu pomičnih prosjeka. LM test veličina pripada  $X^2(p)$  distribuciji. Ukoliko je empirijska vrijednost  $LM = nR^2$  veća od kritične vrijednosti, a  $X^2(p)$  za danu razinu signifikantnosti nulta se hipoteza odbacuje. Koraci provođenja Breusch-Godfreyeva testa su:

- Ocijeniti polazni model metodom najmanjih kvadrata tako da se dobiju reziduali  $\hat{u}_t$   
Regresirati  $\hat{u}_t$  na sve regresore polaznog modela, ali i na  $\hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, \dots, \hat{u}_{t-p}$   
(rezidualne s pomakom u vremenu).

---

<sup>7</sup> Baldigara, T. *Ekonometrija: e-nastavni materijal*, 59.

<sup>8</sup> Baldigara, T. *Ekonometrija: e-nastavni materijal*, 16.



### *Homoskedastičnost varijance slučajne pogreške*

Problem heteroskedastičnosti prisutan je kada je narušena pretpostavka o nepromjenjivosti varijance slučajnih varijabli u linearnom regresijskom modelu. S obzirom da je varijanca mjera rasipanja ili disperzije, pod pojmom heteroskedastičnosti podrazumijeva se nejednaka varijanca slučajnih varijabli. Heteroskedastičnost je problem koji je uglavnom povezan s podacima vremenskog presjeka.

Heteroskedastičnost je prisutna ako se kvadrati reziduala na bilo koji način sustavno mijenjaju ovisno o vrijednostima pojedine varijable uključene u model. Heteroskedastičnost je moguće otkriti grafičkim putem ili postupcima testiranja. Među testovima za otkrivanje postojanja heteroskedastičnosti često se koristi White test. Koraci provođenja White testa su:

- Izračunati rezidualne  $\hat{\varepsilon}_i$  polaznog modela metodom najmanjih kvadrata
- Procijeniti pomoćne regresijske jednadžbe u kojoj su kvadrirani reziduali iz

polaznog modela  $\varepsilon_i^2$  vrijednosti zavisne varijable, a regresorske varijable su:

regresorske varijable polaznog modela, njihovi kvadrati te njihovi međusobni

$$\text{umnošci: } \hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{3i}^2 + \alpha_6 X_{2i} X_{3i} + \varepsilon_i$$

Nultom se hipotezom pretpostavlja homoskedastičnost, tj. nepromjenjivost varijance:

$$H_0 : \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_m = 0$$

Test veličina Whiteovog testa je:

$$W = nR^2 \quad (6)$$

pri čemu je  $n$  veličina uzorka, a  $R^2$  je koeficijent determinacije pomoćne regresijske jednadžbe.  $W$  test veličina pripada  $X^2$  distribuciji s  $r$  stupnjeva slobode, gdje je  $r$  broj regresorskih varijabli u pomoćnoj regresijskoj jednadžbi, odnosno broj parametara ne računajući konstantni član. Ako je izračunata  $W$  veličina uz zadanu razinu signifikantnosti  $\alpha$  viša od tablične  $X^2$  vrijednosti odbacuje se nulta hipoteza o homoskedastičnosti.

### *Multikolinearnost*

Multikolinearnost jedina je među pretpostavkama klasičnoga linearnoga regresijskoga modela koja je prisutna isključivo u modelu višestruke regresije, a odnosi se na linearnu

povezanost između dvije ili više nezavisnih varijabli. Ova pojava može uzrokovati više problema u regresijskom modelu, uključujući nepouzdanost procjene parametara, nepouzdanost statističkih testova i nesposobnost utvrđivanja pojedinačnog doprinosa svake varijable. Kao posljedica multikolinearnosti, mogu se pojaviti visoke standardne pogreške i varijance.

Za procjenu postojanja multikolinearnosti, među ostalima koristi se i inflacijski faktor varijance (VIF, engl. Variance Inflation Factor). VIF test mjeri koliko je varijabilnost jedne nezavisne varijable povezana s varijabilnošću drugih nezavisnih varijabli. Test daje vrijednosti za svaku varijablu modela, pri čemu su vrijednosti veće od 1, ali manje od 10, indikacija da multikolinearnost nije prisutna.

U slučaju prisutnosti multikolinearnosti, postoji nekoliko mogućnosti za njeno otklanjanje. To uključuje izbacivanje jedne ili više nezavisnih varijabli koje su visoko korelirane, transformiranje varijabli, upotrebu alternativnih modela te dodavanje novih, prikladnijih varijabli. Važno je pažljivo provoditi ove korake kako bi se osigurala pouzdanost i valjanost analize.

### **1.1.2. Analiza reprezentativnosti regresijskoga modela**

Nakon procjene regresijskoga modela, provodi se analiza reprezentativnosti procijenjenoga modela. Mjerenje prilagođenosti ocijenjenih vrijednosti  $\hat{Y}_i$  stvarnim, empirijskim podacima  $Y_i$  temelji se na analizi odstupanja empirijskih podataka  $Y_i$  od njihove sredine  $\bar{Y}$ . Rastavljanje tih odstupanja služi kao osnova za definiranje statističkih mjera prilagođenosti. Kako bi se ocijenila uspješnost modela u opisivanju podataka analizira se koliko se stvarne vrijednosti zavisne varijable  $Y_i$  razlikuju od regresijskih vrijednosti zavisne varijable  $\hat{Y}_i$ . Ta razlika zapravo predstavlja rezidualno odstupanje ( $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ ).

Odstupanje empirijskih vrijednosti zavisne varijable  $Y_i$  od prosjeka  $\bar{Y}$  može rastaviti na:

- Odstupanje regresijske vrijednost zavisne varijable  $\hat{Y}_i$  vrijednosti od aritmetičke sredine  $\bar{Y}$  (odstupanje protumačeno modelom)
- Odstupanje empirijskih vrijednosti zavisne varijable  $Y_i$  od regresijskih vrijednosti zavisne varijable  $\hat{Y}_i$  (odstupanje koje nije protumačeno modelom):

Odstupanja empirijskih podataka od njihove sredine  $\bar{Y}$  zovu se ukupna odstupanja.

Pokazatelji adekvatnosti regresijskoga modela kao što su procjena varijance regresije, procjena standardne devijacije regresije, procjena koeficijenta varijacije regresije, koeficijent determinacije i korigirani koeficijent determinacije računaju se temeljem ANOVA tablice. Postupak dekomponiranja varijacija zove se analiza varijance u regresiji ili ANOVA (Analysis of Variance), a prikazuje se u karakterističnoj tablici koja predstavlja temelj za analizu varijance u procijenjenome regresijskome modelu.

**Tablica 1.** ANOVA

Izvor varijacije	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode	Sredina kvadrata	F-vrijednost
objašnjena regresijom $\sum \hat{Y}_i^2$	$ESS = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$ ili $ESS = \beta_1^2 \sum x_i^2$	k	$\frac{ESS}{k} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{k}$ ili $\frac{ESS}{k} = \frac{\beta_1^2 \sum x_i^2}{k}$	$F = \frac{ESS/k}{RSS/(n-k-1)}$
neobjašnjena regresijom (rezidualna odstupanja) $\sum e_i^2$	$RSS = \sum e_i^2$	n-k-1	$\frac{RSS}{n-k-1} = \frac{\sum e_i^2}{n-k-1} = se^2$	
Ukupna $\sum Y_i^2$	$TSS = \sum (Y_i - \bar{Y})^2$	n-1		

Izvor: Baldigara, T.: *Ekonometrija: e-nastavni materijal*, Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Opatija, 2023.

Procjena varijance i komponenti (sredine kvadrata, mean squares) određuje se tako da se pojedini zbrojevi kvadrata (sum of squares) podijele s pripadajućim stupnjevima slobode s.s. (engl. Degrees of freedom, d.f.):

- ukupnom zbroju kvadrata pridružuje se (n-1) stupanj slobode
  - protumačenom zbroju 1 stupanj slobode
  - rezidualnom zbroju kvadrata (n-k-1) stupnja slobode
- gdje je n broj opažanja, a k je broj nezavisnih varijabli

Postupak rastavljanja varijacija može pisati kao:

$$\begin{array}{rcc} \text{ukupna suma kvadrata} & = & \text{objašnjena suma kvadrata} & + & \text{neobjašnjena (rezidualna) suma} \\ & & & & \text{kvadrata} \\ \text{TSS} & & \text{ESS} & & \text{RSS} \end{array}$$

gdje je:

TSS = ukupna suma kvadrata ili ukupna varijacija (*Total Sum of Squares*) koja predstavlja mjeru ukupne varijacije varijable Y oko njezine srednje vrijednosti;

ESS = objašnjena suma kvadrata ili objašnjena varijacija (*Estimated Sum of Squares*), odnosno dio ukupne varijacije varijable Y oko njezine sredine koji je objašnjen varijacijama varijable X;

RSS = rezidualna suma kvadrata ili rezidualna ili neobjašnjena varijacija (*Residual Sum of Squares*), odnosno dio ukupne varijacije varijable Y koji se može pripisati slučajnim utjecajima.

Varijacije varijable Y djelomice se mogu predstaviti pomoću varijacija varijable X, a djelomice su posljedica slučajnih odstupanja. Čim je relativno manji udio neobjašnjenih rezidualnih varijacija (RSS) u ukupnim (TSS), to je ocijenjena regresijska funkcija bolje prilagođena empirijskim podacima. Ako sve stvarne vrijednosti  $Y_i$  leže na regresijskoj funkciji uzorka, objašnjena varijacija izjednačava se s ukupnim varijacijama, a rezidualna varijacija iznosi nula.

Obrnuto, ukoliko regresijska funkcija uzorka loše prikazuje podatke, rezidualna varijacija biti će velika, veća od objašnjene varijacije.

U ekstremnom slučaju, ako varijacije varijable X uopće ne objašnjavaju varijacije varijable Y oko njezine sredine, objašnjena varijacije biti će nula, a rezidualna jednaka ukupnoj

varijaciji varijable Y. Metoda koja minimizira u danim ukupnim varijacijama rezidualne varijacije, donosno maksimizira objašnjene varijacije, je metoda najmanjih kvadrata.

U praksi je uobičajeno da ni ESS niti RSS nisu jednake nuli.

### *Koeficijent determinacije*

Koeficijent determinacije (engl. determination coefficient) – predstavlja proporciju zajedničkog varijabiliteta dviju varijabli.<sup>9</sup>

Koeficijent determinacije ( $R^2$ ) kvantitativna je mjera proporcije odstupanja protumačenih regresijskim modelom u ukupnim odstupanjima. Vrijednost koeficijenta determinacije kreće se u rasponu od 0 do 1, model je reprezentativniji, što je koeficijent determinacije bliži jedinici.

Koeficijent determinacije  $R^2$ , dobiva se kao kvantitativna mjera uspješnosti prilagodbe procijenjene funkcije empirijskim podacima.

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (7)$$

TSS i RSS su ključni pokazatelji u procjeni kvalitete regresijskog modela. TSS mjeri ukupnu varijaciju u zavisnoj varijabli, dok RSS mjeri varijaciju koja ostaje neobjašnjena modelom. Razlika između TSS i RSS, ESS, predstavlja varijaciju objašnjenu modelom. Što je RSS manja, veće je ESS, a  $R^2$  je po vrijednosti bliži jedinici. Cilj regresijske analize je minimizirati RSS kako bi se maksimiziralo objašnjavanje varijacije u zavisnoj varijabli pomoću nezavisnih varijabli. Ovako definirani  $R^2$  poznat je kao koeficijent determinacije (uzorka) i najčešće je korištena mjera prilagođenosti ocijenjene funkcije empirijskim podacima, koja mjeri proporciju modelom protumačenog dijela zbroja kvadrata u ukupnom zbroju kvadrata.

Protumačeni dio kvadrata jednak je zbroju kvadrata odstupanja regresijskih vrijednosti od aritmetičke sredine zavisne varijable, a ukupan zbroj kvadrata odnosi se na zbroj kvadrata odstupanja vrijednosti zavisne varijable od njezine aritmetičke sredine.

---

<sup>9</sup> Dizdar, D.: *Kvantitativne metode*, 341.

Ako je:

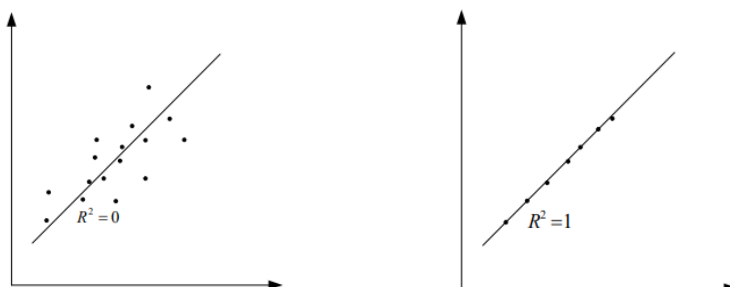
$$ESS = TSS \rightarrow R^2 = 1 \quad (8)$$

empirijske vrijednosti leže na ocijenjenoj linearnoj funkciji. Potrebno je spomenuti dva osnovna svojstva koeficijenta determinacije:

- radi se o ne negativnoj vrijednosti
- kreće se u intervalu  $0 \leq R^2 \leq 1$
- $R^2 = 1$  označava savršenu prilagodbu (cjelokupna varijacija  $Y$  objašnjena je ocijenjenim regresijskim modelom).
- $R^2 = 0$  označava nepostojanje veze između varijabli  $Y$  i  $X$

Grafikon 1.prikazuje dva krajnja slučaja koeficijenta determinacije. Prvi grafikon objašnjava slučaj kada regresijski model ne objašnjava varijabilnost. Koeficijent determinacije  $R^2$  jednak je nuli, što znači da model ne objašnjava varijacije u zavisnoj varijabli te je model potpuno neupotrebljiv za predviđanje.

Drugi grafikon prikazuje točke koje leže na liniji regresijskog modela gdje je savršeno ilustrirana varijabilnost u podacima. Koeficijent determinacije  $R^2$  je jednak 1, što znači da model objašnjava 100% varijacije u zavisnoj varijabli. U ovom slučaju, model savršeno predviđa sve vrijednosti zavisne varijable.



**Grafikon 1.** Koeficijent determinacije kao mjera uspješnosti prilagodbe linearne funkcije empirijskim podacima

Izvor: Baldigara, T. *Ekonometrija: e-nastavni materijal*. Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Opatija, 34.

Koeficijent determinacije, operativno je mjerilo koje nema podlogu u statističkom zaključivanju. Uspješnost prilagodbe relativan je pojam, zavisno o onom što se istražuje.

Kada je  $R^2 = 0,50$ , znači da je 50% varijacija zavisne varijable objašnjeno pomoću ocijenjenog regresijskog modela. Za podatke vremenskog niza to je obično loš pokazatelj, no za podatke vremenskog presjeka može se smatrati dobrim. Ako se uspoređuju koeficijenti različitih modela, u svim modelima zavisna varijabla mora biti ista i mjerena u istim mjernim jedinicama, u protivnome su koeficijenti determinacije međusobno neusporedivi.

### *Standardna pogreška regresije*

Standardna pogreška regresije vrijednosni je pokazatelj, interpretira se u mjernoj jedinici zavisne varijable, a označava prosječno odstupanje opaženih vrijednosti zavisne varijable od procijenjenih vrijednosti zavisne varijable. Standardna pogreška dana je izrazom:

$$\sigma = \sqrt{\frac{RSS}{n-k-1}} \quad (9)$$

gdje je:

- $RSS$  suma kvadrata rezidualnog odstupanja
- $e_i$  rezidualano odstupanje pojedinog opažanja

Standardna pogreška sama po sebi ne daje dovoljno informacija za zaključak o potencijalnoj značajnosti modela te se uz interpretaciju standardne pogreške uvijek interpretira i koeficijent varijacije.

### *Koeficijent varijacije*

Koeficijent varijacije je postotni pokazatelj standardne pogreške regresije. „Koeficijent varijacije je omjer standardne devijacije i aritmetičke sredine pomnožen sa 100.“<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup>Šošić, I. *Primijenjena statistika*, 99.

Interpretacija vrijednosti prikazuje prosječno postotno odstupanje stvarnih vrijednosti zavisne varijable od procijenjenih vrijednosti zavisne varijable sagledana u postotku.

Što je koeficijent varijacije manji to je veća vjerojatnost značajnosti modela. Temeljem standardne pogreške regresije dobije se i koeficijent varijacije koji je dan izrazom:

$$V = \frac{se(\sigma)}{\bar{Y}} * 100 \quad (10)$$

gdje je:

- $\sigma$  - standardna pogreška regresije
- $\bar{Y}$  - prosječna vrijednost zavisne varijable

Koeficijent varijacije od 20% ili više iskustvena je vrijednost prihvatljivosti ocijenjenog regresijskoga modela.

### 1.1.3. Model potencijske regresije

Linearna regresijska analiza razmatra modele u kojima zavisna varijabla predstavlja linearnu funkciju nezavisnih varijabli. U empirijskim je istraživanjima, međutim veza između nezavisnih varijabli i zavisne varijable često nelinearna. Većinu nelinearnih modela moguće je linearizirati korištenjem transformacije varijabli te je u konačnici moguće koristiti linearne modele i uobičajene metode procjene parametara.

Interpretacija parametara u klasičnom linearnom regresijskom modelu ovisi o transformaciji varijabli korištenih u modelu. U jednostavnom linearnom modelu, koeficijent  $\beta_1$  tumači se kao apsolutna promjena zavisne varijable za jediničnu promjenu nezavisne varijable.

Međutim, u logaritamskim modelima, interpretacija koeficijenata mijenja se tako da oni predstavljaju relativne ili postotne promjene, omogućujući analizu elastičnosti i procjenu učinaka u različitim jedinicama mjere.

Ukoliko se analizira odnos dviju varijabli, zavisne i jedne nezavisne varijable, a zavisno o tome koje se varijable logaritmiraju razlikuju se tri oblika modela sa logaritamskim vrijednostima i to:

- dvostruko logaritamski (log-log model)



- logaritamsko linearni model (log-lin model)
- linearno logaritamski (lin-log model)

U dvostruko logaritamskom (log-log) modelu logaritmiraju se i zavisna i nezavisna varijabla. Regresijski koeficijent  $\beta_1$  u ovom modelu interpretira se kao elastičnost, odnosno procijenjeni postotak promjene zavisne varijable uzrokovan postotnom promjenom nezavisne varijable.

Model potencijske regresije dan je izrazom:

$$Y = \beta_0 * X_i^{\beta_1} \quad (11)$$

gdje je :

$e$  - baza prirodnoga logaritma ( $e=2,718$ )

Model potencijske regresije vrlo je čest u ekonomskim istraživanjima, a mogućnost njegova lineariziranja dana je logaritamskom transformacijom te se dobije dvostruko logaritamski model ili log-log model oblika:

$$\ln Y_i = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln X_i \quad (12)$$

gdje je:

- $\ln$  - prirodni logaritam po bazi  $e$ .

Vrijednosti zavisne i nezavisne varijable moraju biti nenegativne vrijednosti, budući da se one logaritmiraju.

Ukoliko su zadovoljene pretpostavke klasičnoga linearnoga regresijskog modela, parametri modela mogu se procijeniti metodom najmanjih kvadrata, no njihova interpretacije nije ista kao u slučaju jednostavnog linearnog regresijskog modela.

Za dvostruko logaritamski model vrijedi:

$$\frac{dY}{dX} \approx \hat{\beta}_1 \frac{Y}{X} \quad (13)$$

Procijenjeni učinak jedinične promjene nezavisne varijable na zavisnu varijablu zavisi o razinama obje varijable, zbog čega je interpretacija  $d\hat{Y}/dX$  kompleksnija. Stoga se u modelima s logaritamskim vrijednostima varijabli računa elastičnost. Regresijski koeficijent  $\hat{\beta}_1$  zapravo predstavlja procijenjenu elastičnost zavisne varijable s obzirom na nezavisnu varijablu. Prema tome, ako se nezavisna varijabla mijenja za 1%, zavisna varijabla će se u prosjeku mijenjati za  $\hat{\beta}_1\%$ , odnosno:

$$\% \Delta \hat{Y} \approx \hat{\beta}_1 \% \Delta X \quad (14)$$

Model pretpostavlja da je koeficijent elastičnosti  $\beta_1$  između zavisne i nezavisne varijable konstantan, stoga se model često i naziva model konstante elastičnosti. Naime, elastičnost zavisne varijable na promjene u nezavisnoj varijabli jednaka je vrijednosti regresijskoga koeficijenta  $\beta_1$ , odnosno ne zavisi o vrijednosti nezavisne varijable. Konstantni član  $\beta_0$  interpretira se kao očekivana vrijednost zavisne varijable za  $X = 1$ .

## 2. Ekstrapolativni prognostički modeli

Prognoziranje po metodi klasične dekompozicije temelji se na prilagođavanju vremenske funkcije dostupnim podacima i njenoj ekstrapolaciji u budućnost. Ovaj pristup koristi produljenje vremenskoga niza iz prošlih podataka kako bi se predvidjeli budući događaji.

Vremenski niz ili vremenska serija (engl. Time Series) je skup kronološki uređenih vrijednosti varijable koja predočuje pojavu ili statistički proces u vremenu. U analizi

vremenskih nizova vrijeme se tretira kao nezavisna varijabla, a veličina promatrane pojave (entiteta, pokazatelja) kao zavisna varijabla.<sup>11</sup>

Opći oblik vremenske serije dan je izrazom:

$$Y = f(t) \quad (15)$$

gdje je :

$Y$  – vrijednost promatrane pojave

$t$  – vrijeme

Nakon mjerenja i opisivanja karakteristika određene varijable te testiranja postavljenih hipoteza, pristupa se prognoziranju kretanja varijable u budućim vremenskim razdobljima. Vrijednosti niza nazivaju se članovima niza, a po pravilu se odnose na jednake vremenske intervale ili jednako udaljene vremenske točke. Broj članova predočava duljinu niza.

Analiza vremenskih serija ima za cilj pružiti opis kako se pojava razvija tijekom vremena. Zadatak ne uključuje samo razjašnjavanje različitih oblika pojave, već i predviđanje njene buduće veličine. Ciljevi analize vremenskih serija mogu se sažeto navesti kao:

- Opisivanje
- Objašnjavanje
- Predviđanje

Kako bi se dobio sintetički opis kretanja pojave, opis se stvara upotrebom grafičkog prikaza niza tijekom vremena ili točkastog grafikona. Proučavanjem grafičkog prikaza vremenske serije, moguće je prikupiti početne informacije o karakteristikama serije, kao što je dinamika ili prisutnost stršućih vrijednosti.

Objašnjavanje podrazumijeva promatranje mehanizma koji stoji iza pojave i međusobne povezanosti varijabli.

---

<sup>11</sup> Horvat, J. *Osnove statistike*, 526.

Predviđanje uključuje predviđanje nadolazećeg stanja i putanje pojave ispitivanjem prošlih vrijednosti povezanih varijabli s minimalnim netočnostima. Uspješno predviđanje zahtijeva korištenje modela koji može točno prikazati vremensku seriju.

## 2.1. Naivni modeli

Naivni modeli su modeli prognoziranja koji se temelje na pretpostavci da se vrijednosti u prošlosti podudaraju s vrijednostima u budućnosti. Upravo zbog svoje jednostavnosti naivni modeli često se koriste kao usporedba s drugim modelima. Među naivne prognostičke modele spadaju:

- Naivni model I (Status quo) – koristi se kod pojava koje nemaju sustavnih komponenti (horizontalni tijek pojave)
- Naivni model II (Status quo diferencije) – koristi se kod pojava koje očituju linearni trend
- Naivni model II a (Status quo stope) – koristi se kod pojava koje očituju eksponencijalni trend

**Naivni model I** ili *status quo*, odnosi se na pojave koje nemaju sustavne komponente, odnosno pojave za koje se pretpostavlja da se neće mijenjati tijekom vremena.

Model je dan izrazom:<sup>12</sup>

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} \quad (16)$$

t - vremensko razdoblje

$\hat{Y}$  - prognozirana vrijednost pojave

Y - stvarna vrijednost pojave

---

<sup>12</sup> Čizmešija, M., i Sorić, P. *Statističke metode za poslovno upravljanje*, 72.

Ovaj se model često naziva i model slučajnoga hoda, jer se temelji na pretpostavci da je vremenski niz slučajan i ne pokazuje pojedinačne komponente. Predviđena vrijednost u svakom sljedećem intervalu jednaka je posljednjem pojavljivanju u nizu.

Naivni model II koristi se u prognoziranju vremenskih serija koje sadrže komponentu linearnoga trenda. Formalna notacija modela za prognoziranje razine pojave za jedno razdoblje nakon tekućega dana je izrazom:

$$\hat{Y}_{t+1} = Y_t + (Y_t - Y_{t-1}) \quad (17)$$

$\hat{Y}$  - prognozirana vrijednost pojave

Y- stvarna vrijednost pojave

T - vremensko razdoblje

Za prognoziranje  $\tau$  razdoblja nakon posljednjeg koristi se izraz:

$$\hat{Y}_{t+\tau} = Y_t + \tau(Y_t - Y_{t-1}) \quad (18)$$

**Naivni model II a** koristi se u prognoziranju vremenskih serija koje posjeduju eksponencijalni trend. Model pretpostavlja kako stopa promjene vrijednosti vremenske serije ostaje nepromijenjena iz razdoblja u razdoblje.

Prema modelu prognozirana vrijednost za jedno nakon tekućega definira se kao umnožak tekuće vrijednosti i stope promjene tekuće i prošle vrijednosti:

$$\hat{Y}_{t+1} = Y_t \cdot \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \quad (19)$$

$\hat{Y}$  - prognozirana vrijednost pojave

Y-stvarna vrijednost pojave

t-vremensko razdoblje

Prognoziranje razine pojave  $\tau$  razdoblja nakon tekućega, odnosno posljednjeg u nizu:

$$\hat{Y}_{t+\tau} = Y_t \cdot \left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}}\right)^\tau \quad (20)$$

## 2.2. Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja s trendom

Holtov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnog izgladivanja s trendom, koristi se za pojave s linearnim trendom. Model je analogan modelu jednostavnoga izgladivanja, no dodatno posjeduje i izraz za izgladivanje trend komponente. Holtov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnog izgladivanja s trendom dan je izrazom:

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (21)$$

gdje je:

$L$  - vrijednost razine pojave

$Y$  - stvarna vrijednost pojave

$\alpha$  - konstanta izgladivanja razine pojave

$T$  - Trend vrijednosti pojave

$t$  - vremensko razdoblje

Visoka konstanta izgladivanja  $\alpha$  daje bolje rezultate eksponencijalnog izgladivanja od niske konstante.

Kao inicijalna, odnosno početna vrijednost izgladene razine izgladene vremenske serije, obično se uzima prva stvarna vrijednost vremenske serije ili vrijednost konstantnoga člana procijenjenoga modela jednostavne regresije u kojemu je vrijeme nezavisna varijabla:

$$L_1 = Y_1 \text{ ili } L_1 = \hat{\beta}_0 \quad (22)$$

Izračunate vrijednosti razine pojave koriste se za računanje izgladenih vrijednosti trenda promatrane pojave:

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) T_{t-1} \quad (23)$$

gdje je  $\beta$  konstanta izgladivanja komponente trenda

Za inicijalnu vrijednost trenda obično se uzima vrijednost 0 ili vrijednost regresijskoga koeficijenta procijenjenoga modela jednostavne regresije u kojemu je vrijeme nezavisna varijabla:

$$T_0 = 0 \text{ ili } T_0 = \hat{\beta}_1 \quad (24)$$

Prognoziranje modelom dvostrukoga eksponencijalnoga izgladivanja dano je izrazom:

$$\hat{Y}_{t+h} = L_t + hT_t \quad (25)$$

gdje je  $h$  broj razdoblja za koje se vrši prognoza.

### 2.3. Model jednostavnih pomičnih prosjeka

Model pomičnog prosjeka jedan je od modela izgladivanja kojima se može analizirati temeljni trend vremenske serije, ali se također koristi za prognoziranje budućih vrijednosti same serije. Korištenjem ovih modela, nasumična pristranost u podacima je ublažena njihovim smanjivanjem na srednju vrijednost, s ciljem identificiranja ispravnog ponašanja na temelju izgladenih podataka i prognoziranja u skladu s tim. To se postiže zamjenom točne vrijednosti u vremenskoj seriji s vrijednošću i prosjekom nekoliko susjednih vrijednosti. Niz pomičnih prosjeka zapravo je niz aritmetičkih prosjeka. Ovi su modeli korisni ako se može

pretpostaviti da će potražnja na tržištu ostati stabilna tijekom vremena i koriste se kada je komponenta trenda mala ili nepostojeća.<sup>13</sup> Pomični prosjeci koriste se za analizu sezonskih i cikličkih pojava. Metodom pomičnih prosjeka „izglađuju“ se originalni podaci zamjenom članova vremenskog niza, nizom aritmetičkih sredina računatih postupno iz skupina od po nekoliko članova. Kreira se novi niz koji se postiže pomicanjem aritmetičke sredine kroz vremenski niz.<sup>14</sup> Općenito se kod modela pomičnih prosjeka mogu pojaviti sljedeći problemi:

- povećanje veličine bolje izglađuje fluktuacije, ali čini model manje osjetljivim na stvarne promjene u podacima
- pomični prosjeci zaostaju za stvarnim vrijednostima jer uvijek ostaju unutar prošlih razina i ne prognoziraju promjene na višim ili nižim razinama
- potrebna je velika količina povijesnih podataka

Modeli pomičnih prosjeka dijele se na :

- jednostavne pomične prosjeke
- vagane pomične prosjeke

**Jednostavni pomični prosjeci** jednostavne se aritmetičke sredine uzastopnih vrijednosti članova vremenske serije te su dani izrazom:<sup>15</sup>

$$\hat{Y}_{t+1} = \frac{Y_t + Y_{t-1} + \dots + Y_{t-M+1}}{M} \quad (26)$$

gdje je:

t - vremensko razdoblje

$\hat{Y}$  - prognozirana vrijednost pojave

Y - stvarna vrijednost pojave

---

<sup>13</sup> Baldigara, T., Mamula, M.: *Autorizirana predavanja iz kolegija Primijenjena ekonometrija*, 117.

<sup>14</sup> Horvat, J., Mijoč, J.: *Osnove statistike*, 635.

<sup>15</sup> Ibid.



$M$  – broj članova pomičnog prosjeka

Ako je broj članova jednostavnog pomičnog prosjeka paran, provodi se postupak centriranja, izračunat kao dvostruki pomični prosjek od po dva člana. Nije moguće izračunati pomični prosjek prethodnih  $m$  i sljedećih  $m$  razdoblja. Kao i naivni model, jednostavni pomični prosjek je jednostavan model prognoziranja jer koristi prosječnu vrijednost podataka i tako prognozira kretanje budućih pojava.

*Vagani pomični prosjeci* ponderirane su aritmetičke sredine uzastopnih vrijednosti članova vremenske serije. Koristi se kada postoji trend ili neka druga komponenta u vremenskoj seriji, pa se težinski faktori, tzv. ponderi, koriste za veći naglasak na novijim podacima, dok se stariji podaci smatraju manje važnima. Vagani pomični prosjek dan je izrazom:<sup>16</sup>

$$\hat{Y}_{t+1} = \frac{\sum_{i=t-M+1}^t W_{t-i+1} Y_i}{\sum_{i=t-M+1}^t W_{t-i+1}} \quad (27)$$

gdje je:

$t$  - vremensko razdoblje

$\hat{Y}$  - prognozirana vrijednost pojave

$Y$  - stvarna vrijednost pojave

$W$  - vrijednost pondera (težinski faktor)

$M$  - broj članova pomičnog prosjeka

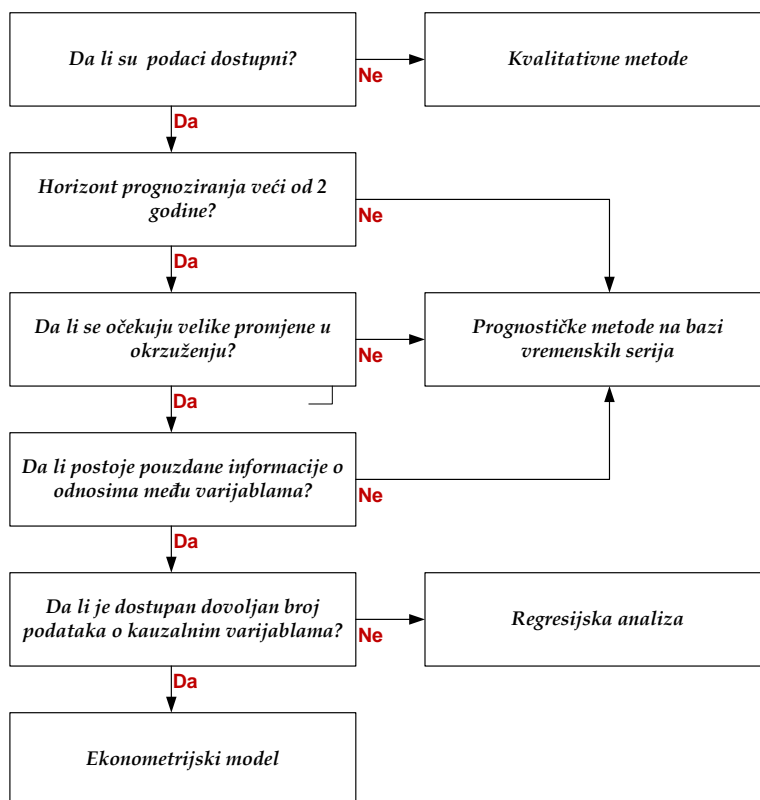
Važnost člana vremenske serije u ponderiranom pomičnom prosjeku određena je njegovim težinama, koje su unaprijed poznate i tabelirane. Također, težine su simetrične u odnosu na središnju težinu, a zbroj težina jednak je nuli.

## 2.4. Mjere prognostičke efikasnosti

---

<sup>16</sup> Ibid., str. 170.

Zbog postojanja velikog broja kvantitativnih prognostičkih modela, često je potrebno pribjeći kriterijima odabira optimalnog modela, kao što su vjerodostojnost modela, prihvatljivost modela, moć objašnjavanja modela, ekonomičnost i efikasnost modela. Odabir najboljega modela prognoziranja zavisi od konkretnog slučaja, no postoje neke općeprihvaćene smjernice koje pomažu i usmjeruju istraživača ka najboljem modelu. Na slici 2. dan je svojevrsni vodič za odabir odgovarajućeg prognostičkog modela. Vodič se sastoji od niza pitanja koja vode korisnika kroz odluku o izboru odgovarajuće metode za prognozu. Ova pitanja i odluke su predstavljeni u obliku dijagrama toka.



**Slika 2.** Vodič za odabir odgovarajućeg prognostičkoga modela

Izvor: izrada autora

Ovaj dijagram toka pomaže korisnicima da odaberu odgovarajući prognostički model na osnovu dostupnosti podataka, horizonta prognoziranja, očekivanih promjena u okruženju, te informacija o odnosima i dostupnosti podataka o kauzalnim varijablama.

Odabir prognostičkoga modela vrši se temeljem analize i uočavanja osnovnih komponenti vremenske serije. Slika 3. prikazuje način odabira najadekvatnije prognostičke metode, s obzirom na komponente prisutne u vremenskoj seriji.

Stacionarni vremenski niz (nema sistemskih komponenti već samo slučajnu komponentu)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Naivni model I</li> <li>▪ Jednostavna (ažurirana) aritmetička sredina</li> <li>▪ Jednostavni i vagani pomični prosjeci</li> <li>▪ Modeli jednostavnog eksponencijalnog izgladivanja</li> <li>▪ ARMA (engl. autoregressive moving average) model (iz skupine Box-Jenkins modela)</li> </ul>
Vremenski niz koji očituje trend (i iregularnu komponentu)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Naivni model II i Naivni model IIa</li> <li>▪ Dvostruki (linearni) pomični prosjeci</li> <li>▪ Pomični prosjeci s linearnim trendom</li> <li>▪ Jednostavno eksponencijalno izgladivanje s trendom</li> <li>▪ Dvostruko eksponencijalno izgladivanje s trendom</li> <li>▪ Jednostavna linearna regresija na bazi vremenske serije</li> <li>▪ ARIMA model (engl. autoregressive integrated moving average) model (iz skupine Box-Jenkins modela)</li> </ul>
Vremenski niz koji očituje trend, sezonsku i iregularnu komponentu	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Holt-Wintersov aditivni model (engl. Holt-Winters Additive Algorithm, HWA)</li> <li>▪ Holt-Wintersov multiplikativni model (engl. Holt-Winters Multiplicative Algorithm, HWM)</li> <li>▪ Model višestruke regresije</li> <li>▪ ARIMA model (engl. autoregressive integrated moving average) model (Box-Jenkins model)</li> </ul>
Vremenski niz koji očituje trend, cikličnu, sezonsku i iregularnu komponentu	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ekonometrijski modeli i modeli prognoziranja na bazi vodećih („leading“) indikatora</li> </ul>

**Slika 3.** Odabir prognostičke metode u zavisnosti od prisutnih komponenti u vremenskoj seriji

Izvor: Baldigara, T.: *Poslovna prognostika: e-nastavni materijal*, Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Opatija, str. 48.

Nakon izvršene prognoze pristupa se analizi pouzdanosti dobivenih prognostičkih modela. Jedan među najvažnijim kriterijima uspješnosti prognoziranja jest točnost. Mjere ocjenjivanja točnosti temelje se na razlikama između stvarnih i prognostičkih vrijednosti. Što je izražena veća razlika, prognoze su manje uspješne, i obratno. Dakle, pouzdanost prognoze ovisi o tome koliko su bliske prognoze varijable stvarnim vrijednostima iste varijable.

Razlika između stvarne i prognozirane vrijednosti, poznata pod nazivom prognostička pogreška, definirana je izrazom:

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t \quad (28)$$

gdje je:

- $e_t$  – prognostička pogreška
- $Y_t$  – stvarna vrijednost promatrane pojave
- $\hat{Y}_t$  – prognozirana vrijednost promatrane pojave
- $t$  – vremensko razdoblje

Model s najmanjom prognostičkom pogreškom (koji zadovoljava dijagnostičku provjeru) odabire se kao konačan model. U teoriji, ukoliko je model korektno specificiran, prognostičke pogreške bit će serija slučajnih varijabli s očekivanom vrijednošću nula. Bitno je za naglasiti da ponekad modeli koji ostvaruju nekvalitetne prognoze mogu generirati izrazito malu prognostičku pogrešku. Uzrok tomu je što se pozitivne i negativne prognostičke pogreške poništavaju. Kako bi se izbjegla takva mogućnost, prognostičke pogreške često se analiziraju u apsolutnom iznosu, ili kvadrirano, tj. općenito vrijedi da čim je manja suma, to je prognoza bolja.

#### *Srednje apsolutno odstupanje*

Srednje apsolutno odstupanje (MAE) mjera je kojom se eliminira mogućnost poništavanja pozitivnih i negativnih pojedinačnih pogrešaka. U literaturi se često može naći i pod nazivom srednja apsolutna devijacija (Mean Absolute Deviation). S obzirom da ova vrsta pogreške izražava pogrešku u mjernim jedinicama pojave koja se analizira (zavisne varijable), srednje apsolutno odstupanje nije mjera prikladna za usporedbu rezultata prognoziranja različitih pojava, izraženim u različitim jedinicama mjere. Srednje apsolutno odstupanje dano je izrazom:

$$\text{MAE} = \frac{1}{T} \sum |Y_t - \hat{Y}_t| \quad (29)$$

#### *Prosječna postotna apsolutna pogreška*

Prosječna apsolutna postotna pogreška omogućava neovisnu usporedbu rezultata prognoziranja različitih vremenskih serija s obzirom da izražava pogreške u obliku postotka, što olakšava procjenu pouzdanosti modela ili prognoze. Međutim, važno je imati na umu da

MAPE ima svoje nedostatke, uključujući jednak utjecaj svakog odstupanja na prosjek, bez obzira na njegovu veličinu. Prosječna apsolutna postotna pogreška dana je izrazom:

$$\text{MAPE} = \frac{1}{T} \sum \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t} * 100\% \quad (30)$$

**Tablica 2.** MAPE i razina pouzdanosti prognostičkih modela

MAPE	POUZDANOST PROGNOZE
<10%	VISOKO POUZDANO
11-20%	DOBRO
21-50%	ZADOVOLJAVAJUĆE
>50%	NEPOUZDANO

Izvor: Mamula, M.: *Kvantitativne metode u prognoziranju turističke potražnje*. Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu, Opatija (doktorski rad), 2014.

Prema tablici 2. može se zaključiti kako se modeli čije su vrijednosti prosječne postotne apsolutne pogreške manje od 10% visoko pouzdani modeli. Pouzdanost modela čija je vrijednost prosječne postotne apsolutne pogreške u rasponu od 11–20% dobra je, dok se pouzdanost modela čija vrijednost prosječne postotne apsolutne pogreške iznosi od 21 do 50% zadovoljavajuća. Modeli čije su vrijednosti prosječne postotne apsolutne pogreške veći od 50% pripadaju skupini nepouzdanih modela.

Najčešće se prosječna apsolutna pogreška i prosječna apsolutna postotna pogreška koriste u kombinaciji kako bi se dobila cjelovita slika preciznosti prognoza, uzimajući u obzir i apsolutne i postotne pogreške. Ove mjere su ključne za donošenje informiranih odluka temeljenih na analizi podataka i prognozama.

*Korijen srednje kvadratne pogreške (RSME)* mjera je pogreške izvedena iz srednje kvadratne prognostičke pogreške (MSE). U toj mjeri sadržani su kvadrati prognostičkih pogrešaka, prilikom čega veće prognostičke vrijednosti imaju i veći utjecaj na vrijednost prosjeka. Iz tog se razloga mjera srednje kvadrirane prognostičke pogreške i korijen sredine

kvadratne pogreške u istraživanjima smatraju puno boljim pokazateljem pogreške. Srednje kvadratna prognostička pogreška dana je izrazom:

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{Y}_t)^2 \quad (31)$$

Iz srednje kvadratne pogreške izveden je i korijen srednje kvadratne pogreške:

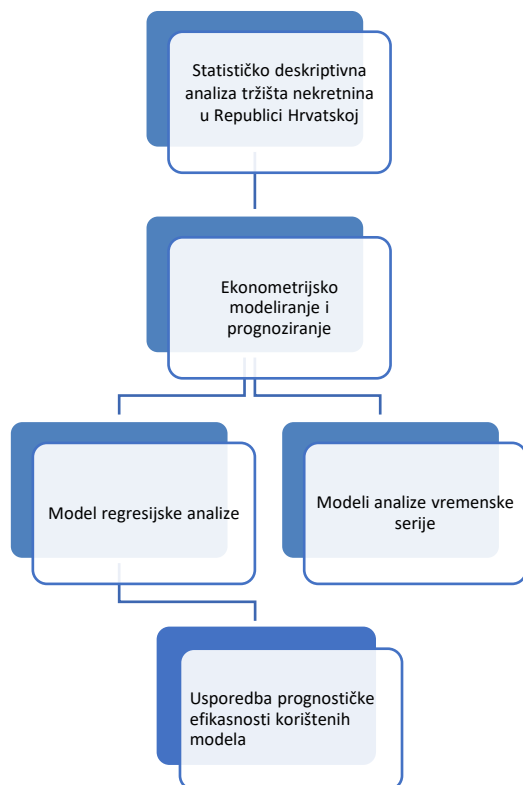
$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (32)$$

U literaturi se, kao najprikladnije, obično navode prosječna apsolutna postotna pogreška i korijen sredine kvadratne pogreške kao najčešće korištene metode evaluacije modela.

### 3. Ekonometrijska analiza tržišta nekretnina

U ovome poglavlju diplomskoga rada modelira se i prognozira kretanje vrijednosti građevinskih radova. U analizi se koriste kauzalni modeli i modeli na bazi analize vremenskih serija. Podaci o vrijednosti izvršenih građevinskih radova za razdoblje od 2008. do 2022. godine preuzeti su sa službenih mrežnih stranica Državnog zavoda za statistiku Republike Hrvatske, a za analizu su korištene Gretl, POM-QM i MS Excel računalne potpore. Modeliranje vrijednosti izvršenih građevinskih radova vrši se za razdoblje od 2008. do 2022. godine, a temeljem rezultata modeliranja prognoziraju se vrijednosti za 2023. godinu. Nakon prognoziranja provedena je evaluacija efikasnosti prognostičkih modela. Od kauzalnih modela korišten je model jednostavne linearne regresije, model jednostavne linearne regresije s *dummy* varijablom i dvostruko logaritamski model (model potencijske regresije), dok su u grupi prognostičkih modela temeljem analize vremenskih serija korišteni Naivni modeli, Holt-Wintersov dvoparametarski model linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja s trendom te model jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka. Prije

modeliranja i prognoziranja izvršena je statističko deskriptivna analiza vremenske serije. Slika 4. prikazuje korake metodologije istraživanja primijenjene u diplomskome radu.



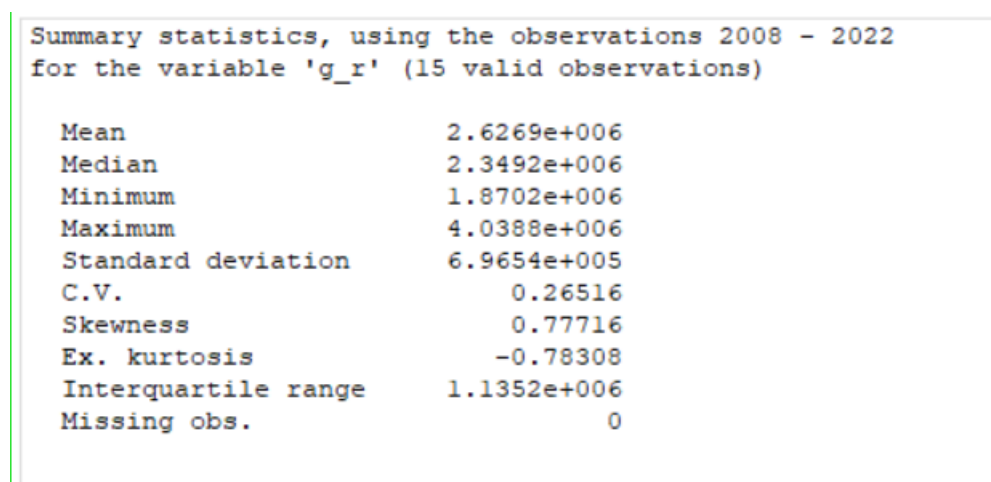
**Slika 4.** Metodologija istraživanja korištena u diplomskome radu

Izvor: izrada autora

Empirijski dio rada pristupa ekonometrijskoj analizi tržišta nekretnina prema metodologiji prikazanoj u koracima. Metodologija istraživanja uključuje detaljan pristup analizi i modeliranju tržišta nekretnina, koristeći ekonometrijske i statističke metode. Primjenom navedene metodologije jamčena je sveobuhvatna analiza, od osnovne deskriptivne statistike do složenog modeliranja i usporedbe korištenih prognostičkih modela.

### 3.1. Statističko deskriptivna analiza tržišta nekretnina

Deskriptivna analiza pruža temelj za daljnje ekonometrijske analize i pomaže u razumijevanju osnovnih karakteristika tržišta nekretnina u Hrvatskoj tijekom promatranog razdoblja. Osnovi pokazatelji statističko deskriptivne analize analizirane vremenske serije prikazani su na slici 5.



```
Summary statistics, using the observations 2008 - 2022
for the variable 'g_r' (15 valid observations)

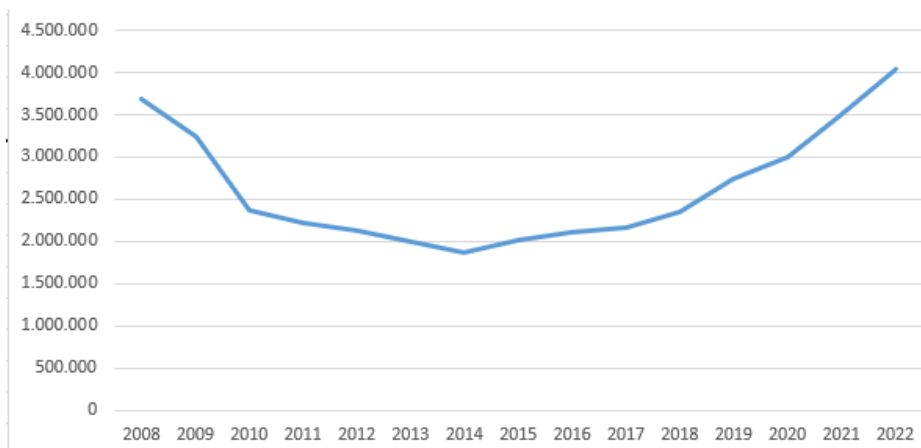
Mean                2.6269e+006
Median              2.3492e+006
Minimum             1.8702e+006
Maximum             4.0388e+006
Standard deviation   6.9654e+005
C.V.                 0.26516
Skewness            0.77716
Ex. kurtosis         -0.78308
Interquartile range 1.1352e+006
Missing obs.        0
```

**Slika 5.** Osnovni pokazatelji statističko deskriptivne analize analizirane vremenske serije

Izvor: izrada autora

Rezultati provedene analize ukazuju kako su srednja vrijednost i medijan blizu, što sugerira da distribucija nema značajne ekstreme koji bi utjecali na prosjek. Standardna devijacija i koeficijent varijacije pokazuju da postoji umjerena varijabilnost u podacima. Nema nedostajućih vrijednosti, što omogućava pouzdanu analizu bez potrebe za imputacijom podataka. U razmatranom razdoblju prosječna godišnja vrijednost izvršenih građevinskih radova iznosila je 2 626 918,68 € sa standardom devijacijom od 696 543,363 €. Za potrebe istraživanja korišteni su sekundarni podaci prikupljeni sa službene mrežne stranice Državnoga zavoda statistiku Republike Hrvatske. Grafikon 2. prikazuje kretanje vrijednosti izvršenih građevinskih radova u promatranome razdoblju.

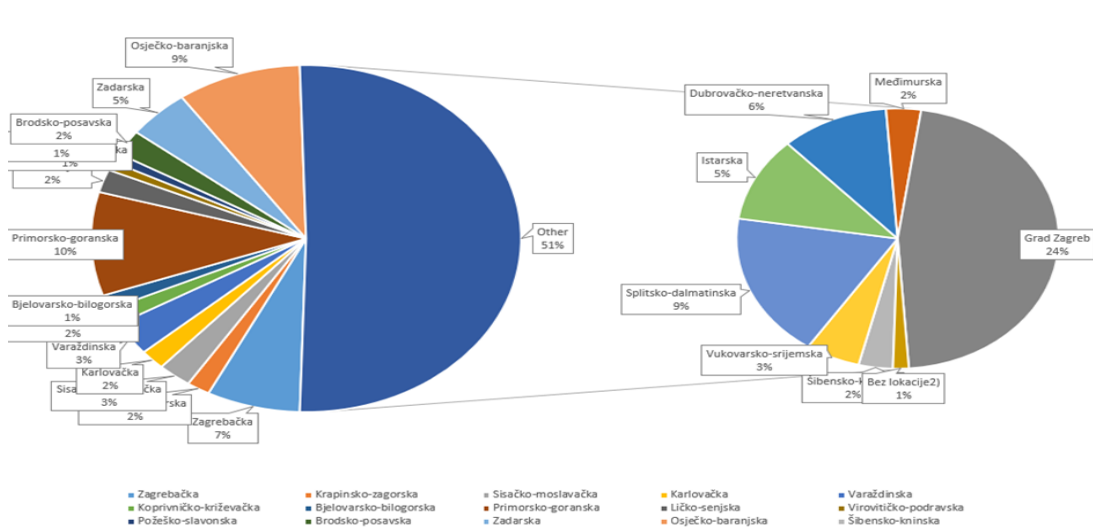




**Grafikon 2.** Kretanje vrijednosti građevinskih radova u Republici Hrvatskoj

Izvor: izrada autora

U razdoblju od 2008. do 2011. godine postoji značajan pad u vrijednostima izvršenih građevinskih radova. Razlozi pada vrijednosti mogu se pripisati globalnoj ekonomskoj krizi koja je počela 2008. godine. U razdoblju od 2011. do 2014. godine vrijednosti izvršenih građevinskih radova relativno su stabilne, no na nižoj razini. U razdoblju od 2014. do 2022. godine slijedi postepeni rast u vrijednostima izvršenih građevinskih radova koji može ukazivati na oporavak tržišta i povećanje investicija u građevinski sektor. Grafikon 3. prikazuje vrijednosti izvršenih građevinskih radova po pojedinim županijama.



**Grafikon 3.** Vrijednosti građevinskih radova kroz razdoblje od 2008. – 2022. godine

Izvor: izrada autora

Neke županije pokazuju značajan porast u vrijednosti građevinskih radova kroz godine. Na primjer, Zagrebačka županija bilježi kontinuirani rast, osobito u 2021. i 2022. godini. Pojava gospodarske krize sredinom 2008. godine zaustavila je dotad prisutan dugotrajniji trend snažnog rasta građevinarstva<sup>17</sup>. Županije, poput Sisačko-moslavačke i Zadarske, također pokazuju značajne promjene u vrijednostima, što može odražavati povećanu građevinsku aktivnost zbog različitih faktora poput infrastrukturnih projekata, ekonomskih prilika ili obnove nakon prirodnih katastrofa.

Tablica 3. prikazuje detaljan pregled vrijednosti izvršenih građevinskih radova, što omogućava dublje razumijevanje ovog sektora i njegove ekonomske važnosti.

**Tablica 3.** Vrijednost izvršenih građevinskih radova za 2023. godinu

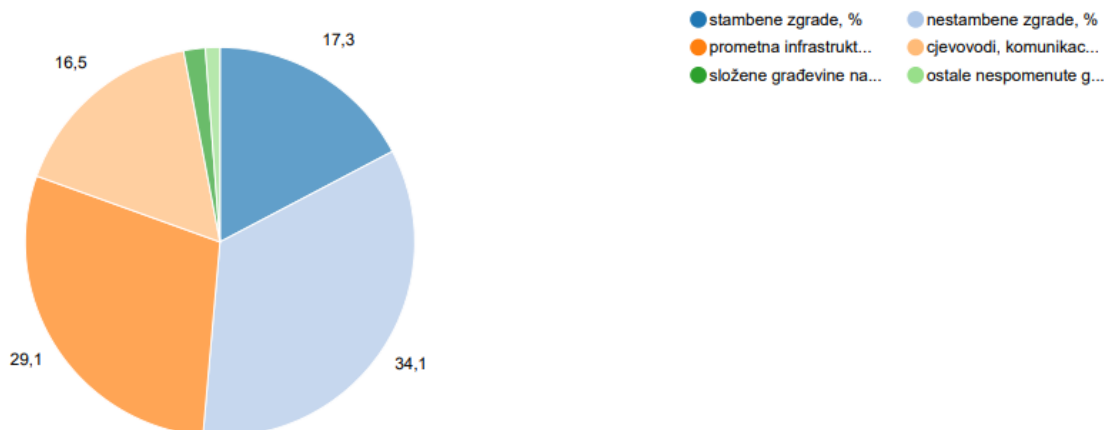
	Vrijednost izvršenih radova			Vrijednost utrošenoga građevinskog materijala, gotovih proizvoda za ugradnju, goriva i energije
	ukupno	radovi ostvareni s vlastitim radnicima	radovi ostvareni s podizvođačima	
I. – XII. 2023.	6 078 000	4 285 321	1 792 679	1 206 255
I. – III. 2023.	1 198 597	854 754	343 843	234 963
IV. – VI. 2023.	1 669 183	1 176 095	493 088	335 246
VII. – IX. 2023.	1 483 658	1 051 251	432 407	275 791
X. – XII. 2023.	1 726 562	1 203 221	523 341	360 255

Izvor: Dzs.hr

Analiza vrijednosti izvršenih građevinskih radova za 2023. godinu pruža cjelovit uvid u dinamiku građevinskog sektora. Na grafikonu 4. prikazana je struktura i vrijednosti izvršenih radova od siječnja do prosinaca 2023. godine. Ukupna vrijednost građevinskih radova za 2023. godinu iznosi 6,078,000 €.

Vrijednost novih narudžbi u četvrtom tromjesečju 2023. godine u odnosu na isto razdoblje 2022. godine veća je za 35,1%

<sup>17</sup> Buturac, I. Glasilo biljne zaštite, 10.



**Grafikon 4. Struktura i vrijednosti izvršenih radova s vlastitim radnicima prema vrstama građevina od siječnja do prosinaca 2023. godine**

Izvor: Dzs

Ovim prikazom je predočeno stanje trenutnih trendova i prioritetnih područja u građevinskom sektoru, što je ključno za donošenje informiranih odluka i strategija za budući razvoj.

## **3.2. Ekonometrijsko modeliranje i prognoziranje vrijednosti građevinskih radova**

Ekonometrijsko modeliranje i prognoziranje kretanja vrijednosti građevinskih radova provedeno je korištenjem odabranih kauzalnih modela i temeljem modela analize vremenske serije. U nastavku su prikazani rezultati modeliranja i prognoziranja dobiveni korištenjem odabranih modela.

### **3.2.1. Kauzalni prognostički modeli**

Prilikom korištenja kauzalnih prognostičkih modela kao nezavisna varijabla korišten je broj izdanih građevinskih dozvola. Regresijska analiza provedena je u Gretl računalnoj potpori,

a procijenjeni su jednostavni linearni regresijski model, jednostavni linearni regresijski model s dummy varijablom (ANCOVA model) i jednostavni dvostruko logaritamski model (model potencijske regresije).

U svrhu utvrđivanja adekvatnosti odabrane varijable izračunat je koeficijent korelacije između odabranih varijabli prikazan na slici 6.

```
corr(g_r, g_d) = 0,89422786  
Under the null hypothesis of no correlation:  
t(13) = 7,20308, with two-tailed p-value 0,0000
```

**Slika 6.** Korelacija između vrijednost izvršenih građevinskih radova i broja izdanih građevinskih dozvola primjenom Gretl programske potpore

Izvor: izrada autora

Korelacija između zavisne varijable i regresorske varijable je vrlo jaka i pozitivna te iznosi 0.89422786, što ukazuje na jaku i pozitivnu povezanost između odabranih varijabli te potvrđuje opravdanost odabira broja izdanih građevinskih radova kao regresorske varijable.

### *Jednostavni linearni regresijski model*

Na temelju postavljene hipoteze, specificiran je model jednostavne linearne regresijske analize te je model procijenjen korištenjem Gretl programske potpore. Slika 7. prikazuje dobivene rezultate regresijske analize.

```

Model 1: OLS, using observations 2008-2022 (T = 15)
Dependent variable: g_r

      coefficient      std. error      t-ratio      p-value
-----
const      903025          253489          3,562         0,0035 ***
g_d        129,711            18,0077         7,203         6,92e-06 ***

Mean dependent var      2626919      S.D. dependent var      696543,4
Sum squared resid      1,36e+12      S.E. of regression      323550,6
R-squared                0,799643      Adjusted R-squared      0,784231
F(1, 13)                 51,88433      P-value (F)              6,92e-06
Log-likelihood           -210,5175      Akaike criterion         425,0350
Schwarz criterion        426,4511      Hannan-Quinn             425,0199
rho                      0,480895      Durbin-Watson            0,905566

Test for normality of residual -
Null hypothesis: error is normally distributed
Test statistic: Chi-square(2) = 1,03271
with p-value = 0,59669

White's test for heteroskedasticity -
Null hypothesis: heteroskedasticity not present
Test statistic: LM = 5,32341
with p-value = P(Chi-square(2) > 5,32341) = 0,0698291

LM test for autocorrelation up to order 1 -
Null hypothesis: no autocorrelation
Test statistic: LMF = 2,35809
with p-value = P(F(1, 12) > 2,35809) = 0,150571

```

**Slika 7.** Rezultati regresijske analize primjenom Gretl programske potpore

Izvor: izrada autora

Rezultati ukazuju na značajnost nezavisne varijable, a F test na značajnost modela. Nadalje, prihvaća se nulta hipoteza o normalnoj distribuciji pogrešaka jer je:

$$JB = 1,033 < X_{\alpha}^2(2) = 5,99.$$

Empirijska vrijednost White testa iznosi 5,32341, a  $p$  vrijednost iznosi 0,0698291, što ukazuje da nema dovoljno dokaza da odbacimo nultu hipotezu te model zadovoljava pretpostavku homoskedastičnosti varijance reziduala.

Empirijska vrijednost Breush-Godfrey testa iznosi 2,35809, a  $p$  vrijednost iznosi 0,150571, što znači da nema dovoljno dokaza za odbacivanje nulte hipoteze te da u modelu ne postoji autokorelacija prvoga reda među rezidualima

Za potrebe analize izračunat je i 95% postotni interval procjene, prikazan na slici 8.

VARIABLE	COEFFICIENT	95% CONFIDENCE INTERVAL
const	903025	355396. 1.45065e+006
g_d	129.711	90.8077 168.614

**Slika 8.** Interval procjene regresijskoga koeficijenta primjenom Gretl programske potpore

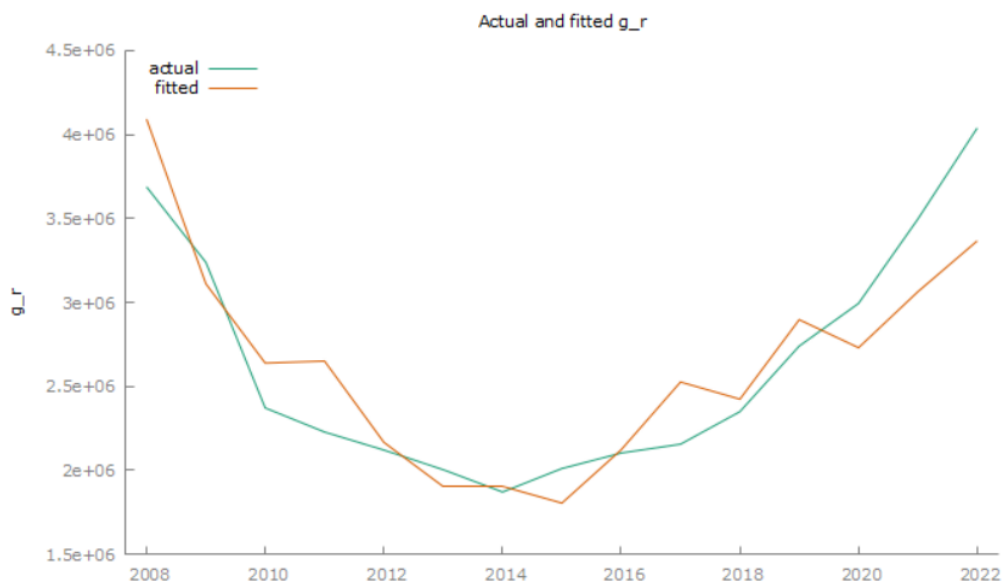
Izvor: izrada autora

Dobiveni interval procjene glasi:

$$P \left[ \hat{\beta}_1 - t_{\frac{\alpha}{2}} * se(\hat{\beta}_1) < \beta_1 < \hat{\beta}_1 + t_{\frac{\alpha}{2}} * se(\hat{\beta}_1) \right] = 0,95$$

$$P [ 90.8077 < \beta_1 < 168.614 ] = 0,95$$

Interval ukazuje da će jedinično povećanje izdanih građevinskih dozvola uzrokovati, uz vjerojatnost od 95%, povećanje građevinskih radova u intervalu od 90 807.7 € i 168 614 €. Grafikon 5. prikazuje usporedbu stvarnih i predviđenih vrijednosti kretanja građevinskih radova.



**Grafikon 5.** Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobivene modelom jednostavne linearne regresije

Izvor: izrada autora

Vidljiv je opadajući trend u stvarnim vrijednostima u razdoblju 2008. – 2010. godine, a prognozirane vrijednosti prate navedeni trend, no počinju s višim početnim vrijednostima. U razdoblju od 2010. – 2014. godine, sredinom promatranog razdoblja stvarne vrijednosti i dalje opadaju, dok prognozirane vrijednosti pokazuju sličan trend, ali s većim odstupanjem. Postoji značajan pad u stvarnim vrijednostima do 2012. godine nakon čega slijedi blagi pad do 2014. godine. Uočena je stabilizacija u razdoblju od 2014. – 2016. godine gdje stvarne vrijednosti ostaju relativno stabilne na niskim razinama, dok prognozirane vrijednosti prate ovaj trend rasta s blagim oporavkom.

Razdoblje 2016. – 2020. godine prikazuje rast te dolazi do blagog porasta stvarnih vrijednosti, što prognozirane vrijednosti relativno dobro prate.

Značajan porast dolazi u periodu 2020. – 2022. godine gdje je uočljiv značajan rast stvarnih vrijednosti, dok prognozirane vrijednosti pokazuju porast, ali ne prate u potpunosti nagli porast stvarnih vrijednosti. Općenito, model se čini relativno dobro prilagođenim, iako postoje određena razdoblja gdje su prognozirane vrijednosti manje precizne. Ovo može ukazivati na potrebu za daljnjim prilagodbama modela.

#### *Jednostavni linearni regresijski model sa kvalitativnom varijablom*

U nastavku je procijenjen ANCOVA model kako bi se ispitalo postojanje statistički značajne razlike u kretanju vrijednosti građevinskih radova prije i poslije pojavljivanja globalne pandemije uzrokovane COVID19 virusom. ANCOVA model može se koristiti za procjenu kretanja zavisne varijable na osnovu jedne ili više nezavisnih varijabli, ali uz dodatno uključivanje dummy varijabli za procjenu djelovanja određenih kategorijskih učinaka. Model sa dummy varijablom može se koristiti u širokom spektru prognostičkih modela. Dummy varijable pomažu u pretvaranju kategorijskih podataka u numerički oblik, što omogućava analizu i predikciju efekata tih kategorija na zavisnu varijablu. Ovisno o tipu problema i prirodi podataka, mogu se koristiti različiti modeli da bi se dobila učinkovita prognoza. Procijenjeni model dan je izrazom:

$$Y_i = \alpha_1 + \alpha_2 D_i + \beta_1 X_{i1} \quad (33)$$

gdje je:

- $Y_i$ : vrijednost građevinskih radova u €
- $X_i$ : broj izdanih građevinskih dozvola
- $D$ : kvalitativna varijabla  $\begin{cases} 0 = \text{za razdoblje od 2008. do 2020. godine} \\ 1 = \text{za razdoblje od 2021. do 2022. godine} \end{cases}$

Rezultati procjene modela prikazani su na slici 9.

---

Model 4: OLS, using observations 2008-2022 (T = 15)  
 Dependent variable: g\_r

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value	
const	1,08223e+06	170630	6,343	3,71e-05	***
g_d	108,731	12,7262	8,544	1,91e-06	***
d	747199	173676	4,302	0,0010	***

Mean dependent var	2626919	S.D. dependent var	696543,4
Sum squared resid	5,35e+11	S.E. of regression	211201,5
R-squared	0,921195	Adjusted R-squared	0,908061
F(2, 12)	70,13777	P-value (F)	2,40e-07
Log-likelihood	-203,5190	Akaike criterion	413,0380
Schwarz criterion	415,1622	Hannan-Quinn	413,0154
rho	-0,204811	Durbin-Watson	2,346181

Test for normality of residual -  
 Null hypothesis: error is normally distributed  
 Test statistic: Chi-square(2) = 0,601235  
 with p-value = 0,740361

White's test for heteroskedasticity -  
 Null hypothesis: heteroskedasticity not present  
 Test statistic: LM = 4,72391  
 with p-value = P(Chi-square(4) > 4,72391) = 0,316817

LM test for autocorrelation up to order 1 -  
 Null hypothesis: no autocorrelation  
 Test statistic: LMF = 0,501774  
 with p-value = P(F(1, 11) > 0,501774) = 0,49346

Variance Inflation Factors  
 Minimum possible value = 1.0  
 Values > 10.0 may indicate a collinearity problem

g_d	1,172
d	1,172

**Slika 9.** Ancova model

Izvor: izrada autora



Procijenjeni ANCOVA model pokazuje kako je broj izdanih građevinskih dozvola i uključena kvalitativna varijabla značajni faktori koji utječu na kretanje vrijednosti građevinskih radova. Sve regresorske varijable značajne su na razini od 1%. Model je dobro prilagođen podacima. Rezultati F-testa ukazuju na značajnost procijenjenoga modela. Korigirani koeficijent determinacije ukazuje da je modelom objašnjeno oko 90 % varijacija u vrijednosti građevinskih radova.

Rezultati dijagnostičkih testova potvrđuju da nema problema s normalnošću reziduala, heteroskedastičnošću ili autokorelacijom, kao ni sa multikolinearnišću između regresorsih varijabli, čime se potvrđuje pouzdanost modela. Regresijski koeficijent uz dummy varijablu ukazuje kako je prosječna vrijednost građevinskih radova veća za 747 199 € u razdoblju nakon pandemije od baznoga razdoblja prije pandemije.

Na grafikonu 6. vidljiva je usporedba stvarnih i prognoziranih vrijednosti za procijenjeni ANCOVA model u razdoblju od 2008. do 2022. godine.



**Grafikon 6. Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobivene Ancova modelom**

Izvor: izrada autora

Početak razdoblja od 2008. – 2010. godine vidljiv je opadajući trend vrijednosti. Prognozirane vrijednosti prate opadajući trend, ali su nešto više od stvarnih vrijednosti. ANCOVA model dobro prati opći trend podataka, ali blago precjenjuje vrijednosti u ovom razdoblju. U razdoblju od 2010. – 2014. godine vidljiv je blagi pad te se vrijednosti stabiliziraju ali s manjim intenzitetom, te ostaju relativno stabilne na niskim razinama, osobito oko 2012. godine. Model uspijeva zadržati opći trend, ali odstupanja sugeriraju da bi mogao biti poboljšan za bolju prognostičku učinkovitost u razmatranom razdoblju. Tijekom promatranog razdoblja 2014. – 2016. godine uočena je blaga stabilnost stvarne vrijednosti dok prognozirane vrijednosti pokazuju stabilizaciju, ali s blagim oporavkom prema kraju razdoblja. Model relativno dobro prati stabilizaciju stvarnih vrijednosti, iako bi točnost mogla biti poboljšana.

2016. – 2020. godine vidljiv je blagi rast stvarne vrijednosti dok prognozirane vrijednosti prate rast, ali s određenim odstupanjima. Model uspješno prati trend rasta, iako su predviđene vrijednosti povremeno niže od stvarnih vrijednosti.

U razdoblju 2020. – 2022. godine uočava se značajan rast stvarne vrijednosti. Prognozirane vrijednosti prate trend rasta, ali ne dosežu uvijek razinu stvarnih vrijednosti. Model dobro prati rast, ali povremeno podcjenjuje vrijednosti, što ukazuje na potrebu za daljnjim prilagodbama kako bi se postigla prilagođenost stvarnim podacima.

### *Dvostruko logaritamski model*

Logaritamskom transformacijom modela potencijske regresije, procijenjen je dvostruko logaritamski model čime je omogućena kvantifikacija elastičnosti između građevinskih dozvola i građevinskih radova, što može biti korisno za donošenje odluka u građevinskom sektoru i za buduće analize i prognoze. Regresijski rezultati prikazani su na slici 10.

```

Model 2: OLS, using observations 2008-2022 (T = 15)
Dependent variable: l_g_r

              coefficient   std. error   t-ratio   p-value
-----
const         8,89348       0,801339    11,10     5,30e-08 ***
l_g_d         0,620858       0,0848788    7,315     5,88e-06 ***

Mean dependent var   14,75098   S.D. dependent var   0,250116
Sum squared resid    0,171201   S.E. of regression   0,114757
R-squared            0,804523   Adjusted R-squared   0,789486
F(1, 13)            53,50391   P-value(F)           5,88e-06
Log-likelihood       12,26319   Akaike criterion     -20,52638
Schwarz criterion   -19,11028   Hannan-Quinn        -20,54147
rho                 0,450131   Durbin-Watson        1,061663

Log-likelihood for g_r = -209,001

Test for normality of residual -
Null hypothesis: error is normally distributed
Test statistic: Chi-square(2) = 0,0350258
with p-value = 0,98264

White's test for heteroskedasticity -
Null hypothesis: heteroskedasticity not present
Test statistic: LM = 1,40356
with p-value = P(Chi-square(2) > 1,40356) = 0,495702

LM test for autocorrelation up to order 1 -
Null hypothesis: no autocorrelation
Test statistic: LMF = 2,29126
with p-value = P(F(1, 12) > 2,29126) = 0,155989

```

**Slika 10.** Regresijski rezultati procjene dvostruko-logaritamskoga modela primjenom Gretl programske potpore

Izvor: izrada autora

Na osnovu rezultata, postoji statistički značajna i pozitivna veza između građevinskih dozvola i građevinskih radova. Povećanje broja građevinskih dozvola za 1% uzrokuje povećanje vrijednosti građevinskih radova za približno 0.60%. Provedeni dijagnostički testovi ukazuju na značajnost regresorske varijable te na poštivanje temeljnih pretpostavki klasičnoga linearnoga regresijskoga modela.

Dvostruko logaritamski model pruža osnovu za razumijevanje i prognoziranje vrijednosti građevinskih radova. Grafikon 7. uspoređuje kretanje stvarnih i prognoziranih vrijednosti građevinskih radova u razdoblju od 2008. do 2022. godine. U periodu od 2008. – 2010. godine vidljiv je značajan opadajući trend vrijednosti.



**Grafikon 7.** Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobiveni procjenom dvostruko logaritamskog modela

Izvor: izrada autora

Prognozirane vrijednosti prate opadajući trend, ali su nešto više od stvarnih vrijednosti. Model dobro prati opći trend opadanja, ali blago precjenjuje vrijednosti u ovom periodu. U razdoblju 2010. – 2014. godine vrijednosti nastavljaju padati, ali s manjim intenzitetom te ostaju relativno stabilne na nižim razinama. U razdoblju od 2014. – 2016. godine dolazi do svojevrstne stabilizacije vrijednosti građevinskih radova.

Model relativno dobro prati stabilizaciju stvarnih vrijednosti, iako bi preciznost mogla biti poboljšana. Od 2016. – 2020. godine stvarne vrijednosti pokazuju blagi rast te se uočava početak rasta kod prognoziranih vrijednosti koje prate rast, ali s određenim odstupanjima.

U razdoblju od 2020. – 2022. godine stvarne vrijednosti pokazuju značajan rast.

Prognozirane vrijednosti u ovome razdoblju prate trend rasta, ali ne dosežu razinu stvarnih vrijednosti. Model dobro prati rast, ali povremeno podcjenjuje vrijednosti, što ukazuje na potrebu za daljnjim prilagodbama kako bi se postigla bolja preciznost.

Model pokazuje dobru ukupnu prilagodbu, iako postoje razdoblja gdje bi preciznost mogla biti poboljšana. Poboljšanje prognoze moglo bi se razmotriti uključivanjem dodatnih varijabli.

### 3.2.2. Ekstrapolativni prognostički modeli

U nastavku su prikazani rezultati modeliranja i prognoziranja kretanja vrijednosti izvršenih građevinskih radova korištenih ekstrapolativnih modela.

#### *Naivni modeli*

Svaki model ima svoje prednosti i nedostatke, te se može koristiti ovisno o specifičnostima podataka i ciljevima analize. Tablica 4. prikazuje rezultate modeliranja i prognoziranja primjenom naivnih modela.

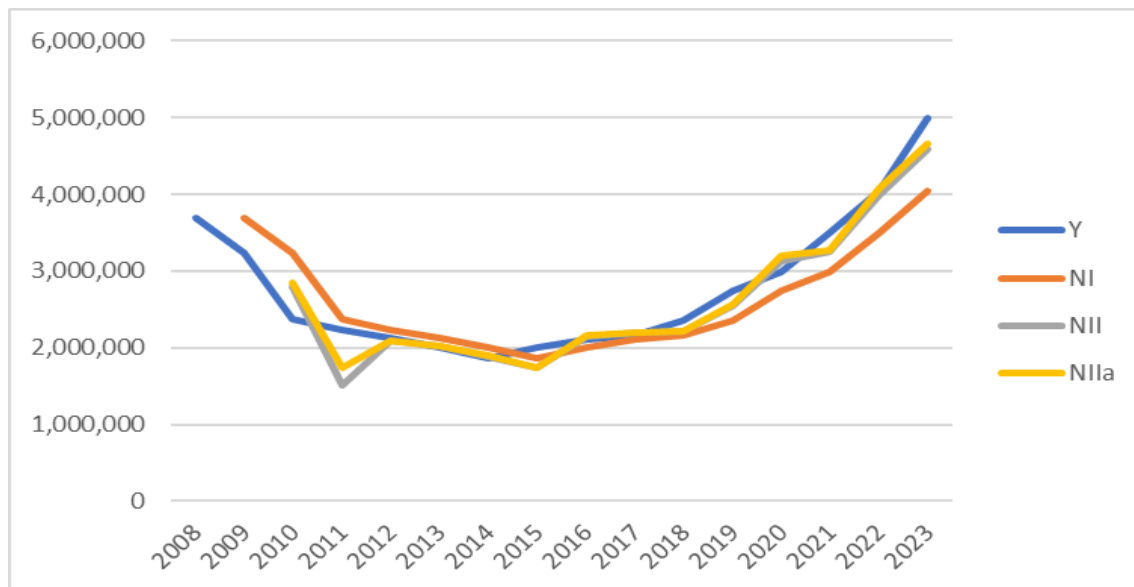
**Tablica 4.** Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobivene primjenom naivnih modela

<b>Godina</b>	<b>Y</b>	<b>NI</b>	<b>NII</b>	<b>NIIa</b>
2008	3 687 939, 88			
2009	3 237 904, 17	3 687 939, 88		
2010	2 371 258, 48	3 237 904, 17	2 787 868, 47	2 842 785, 89
2011	2 227 576, 48	2 371 258, 48	1 504 612, 78	1 736 576, 03
2012	2 120 408, 12	2 227 576, 48	2 083 894, 49	2 092 600, 63
2013	2 002 949, 76	2 120 408, 12	2 013 239, 76	2 018 395, 62
2014	1 870 159, 40	2 002 949, 76	1 885 491, 41	1 891 997, 92
2015	2 010 429, 49	1 870 159, 40	1 737 369, 04	1 746 172, 69
2016	2 102 715, 11	2 010 429, 49	2 150 699, 58	2 161 220, 45
2017	2 155 283, 03	2 102 715, 11	2 195 000, 73	2 199 236, 96
2018	2 349 155, 88	2 155 283, 03	2 207 850, 95	2 209 165, 15
2019	2 739 823, 61	2 349 155, 88	2 543 028, 73	2 560 468, 06
2020	2 993 609, 13	2 739 823, 61	3 130 491, 34	3 195 459, 90
2021	3 495 786, 71	2 993 609, 13	3 247 394, 65	3 270 902, 40
2022	4 038 780, 94	3 495 786, 71	3 997 964, 30	4 082 204, 53
2023	5 000 000, 00	4 038 780, 94	4 581 775, 17	4 666 117, 48

Izvor: izrada autora

Tablica 4. prikazuje modelirane i prognozirane vrijednosti za 2023. godinu upotrebom Naivnih modela I, II i IIa.

Usporedba stvarnih i prognoziranih vrijednosti građevinskih radova za razdoblje od 2008. do 2023. godine dobivenih primjenom Naivnih modela prikazana je na grafičkom prikazu 8.



**Grafikon 8.** Vrijednosti stvarnih i prognoziranih građevinskih radova dobivenih upotrebom Naivnih modela  
Izvor : izrada autora

Na temelju usporedbe stvarnih i prognoziranih vrijednosti, može se procijeniti koji model daje najpreciznija predviđanja budućih vrijednosti.

Očit je opadajući trend do 2014. godine, nakon čega slijedi postupan oporavak i rast vrijednosti do 2022. godine.

Naivni Model I daje jednostavnu projekciju prošlih vrijednosti u budućnost te dobro prati trendove, ali ne može anticipirati promjene trenda, budući da pretpostavlja kako će vrijednost u sljedećem razdoblju biti jednaka vrijednosti iz prethodnoga razdoblja. U 2023. godini prognozirana vrijednost iznosi 4 038,781 €, što je jednako stvarnoj vrijednosti za 2022. godinu.

Naivni model II koristi dodatne informacije iz povijesnih podataka te može bolje identificirati trendove u podacima.

Naivni Model IIA kao najsloženiji od prikazanih modela prati stvarne vrijednosti vrlo blisko i pokazuje rast sličan stvarnim podacima u kasnijim godinama, uključujući 2023. godinu, gdje je predviđena vrijednost nešto veća nego kod ostalih modela.

Naivni model IIa daje najtočnije prognoze, što sugerira da dodatne prilagodbe trenda pomažu u poboljšanju prediktivne točnosti. Ovime je modelom prognozirana najviša vrijednost građevinskih radova za 2023. godinu tj. 4 666 117,48 € što ukazuje na očekivani rast građevinskih radova. Za buduće prognoze, preporučuje se korištenje Naivnog modela II a zbog njegove sposobnosti da bolje prati trendove.

*Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja s trendom*

Rezultati modeliranja i prognoziranja kretanja vrijednosti građevinskih radova primjenom Holtovoga dvoparametarskoga modela linearnoga eksponencijalnog izgladivanja sa trendom prikazani su u tablici 5. U modeliranju su korištene konstante izgladivanja:  $\alpha = 1$  i  $\beta = 1$ . U analizi je korištena MS Excel računalna potpora.

**Tablica 5.** Rezultati modeliranja i prognoziranja

Godina	Y	L	T	F
2008	3 687 940	3 687 940		
2009	3 237 904	3237904	-450036	3 687 940
2010	2 371 258	2371258	-866646	2 787 868
2011	2 227 576	2227576	-143682	1 504 613
2012	2 120 408	2120408	-107168	2 083 894
2013	2 002 950	2002950	-117458	2 013 240
2014	1 870 159	1870159	-132790	1 885 491
2015	2 010 429	2010429	140270,1	1 737 369
2016	2 102 715	2102715	92285,62	2 150 700
2017	2 155 283	2155283	52567,92	2 195 001
2018	2 349 156	2349156	193872,9	2 207 851
2019	2 739 824	2739824	390667,7	2 543 029
2020	2 993 609	2993609	253785,5	3 130 491
2021	3 495 787	3495787	502177,6	3 247 395
2022	4 038 781	4038781	542994,2	3 997 964
2023	5 000 000			4 581 775

Izvor: izrada autora

Tablica 5. prikazuje kako Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja s trendom prati stvarne vrijednosti tijekom vremena. Model uspijeva pratiti opće trendove, ali s određenim odstupanjima, osobito u razdobljima s brzim promjenama. Tablica prikazuje stvarne i prognozirane vrijednosti, ali i izolirane komponente razine i trenda u razdoblju od 2008. do 2023. godine. Procjena komponenti vremenske serije Holtovim modelom omogućava predviđanje budućih vrijednosti građevinskih radova. Ovaj proces uključuje određivanje početnih vrijednosti, što rezultira procjenom razine pojave i trenda, te finalno prognoziranim vrijednostima. Nakon modeliranja i prognoziranja provedena je optimizacija konstanti izgladivanja upotrebom MS Excel Solver dodatka.

U modeliranju su korištene konstante izgladivanja:  $\alpha = 0,5$  i  $\beta = 0,5$ . Rezultati su prikazani u tablici 6.

**Tablica 6.** Optimizacija konstanti izgladivanja u Solver dodatku

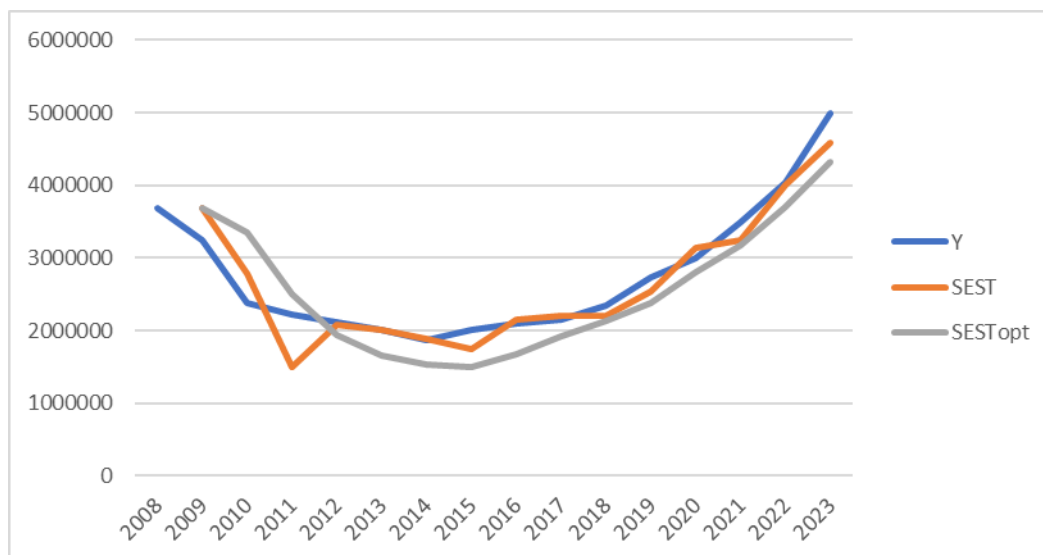
Godina	Y	L	T	F
2008	3 687 940	3 687 940		
2009	3 237 904	3462922	-112509	3 687 940
2010	2 371 258	2860835,8	-357298	3 350 413
2011	2 227 576	2365557,3	-426288	2 503 538
2012	2 120 408	2029838,7	-381003	1 939 269
2013	2 002 950	1825892,6	-292475	1 648 835
2014	1 870 159	1701788,6	-208289	1 533 418
2015	2 010 429	1751964,4	-79056,8	1 493 499
2016	2 102 715	1887811,4	28395,09	1 672 908
2017	2 155 283	2035744,7	88164,23	1 916 206
2018	2 349 156	2236532,4	144476	2 123 909
2019	2 739 824	2560416	234179,8	2 381 008
2020	2 993 609	2894102,4	283933,1	2 794 596
2021	3 495 787	3336911,1	363370,9	3 178 036
2022	4 038 781	3869531,5	447995,6	3 700 282
2023	5 000 000			4 317 527

Izvor: izrada autora

Tablica prikazuje stvarne i prognozirane vrijednosti od 2008. do 2023. godine. Optimizacija konstanti izgladivanja u Solver dodatku uključuje prilagodbu vrijednosti korištenih konstanti izgladivanja u svrhu minimiziranja prognostičkih pogrešaka.



Na grafikonu 9. prikazana je usporedba stvarnih i prognoziranih vrijednosti građevinskih radova dobivenih primjenom Holtovog dvoparametarskog modela linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja sa različitim vrijednostima konstanti izgladivanja.



**Grafikon 9.** Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobivenih primjenom Holtovog dvoparametarskog modela linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja

Izvor: izrada autora

Vidljiv je opadajući trend do 2014. godine, nakon čega slijedi rast. Model SEST (0,5; 0,5) bolje prati stvarne vrijednosti građevinskih radova, osobito u razdobljima rasta, što ukazuje na njegovu veću učinkovitost u odnosu na SEST (1; 1). Ovaj model, s optimiziranim parametrima, omogućuje preciznije predviđanje stvarnih vrijednosti. Nasuprot tome, SEST (0,5; 0,5), iako prati opći trend, pokazuje veća odstupanja i manje je precizan. Ova usporedba ukazuje na to da optimizacija konstanti izgladivanja  $\alpha$  i  $\beta$  može znatno poboljšati prognostičku efikasnost modela.

#### *Model jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka*

Rezultati primjene modela jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka prikazani su u tablici 7.

**Tablica 7.** Model dvočlanih jednostavnih pomičnih prosjeka

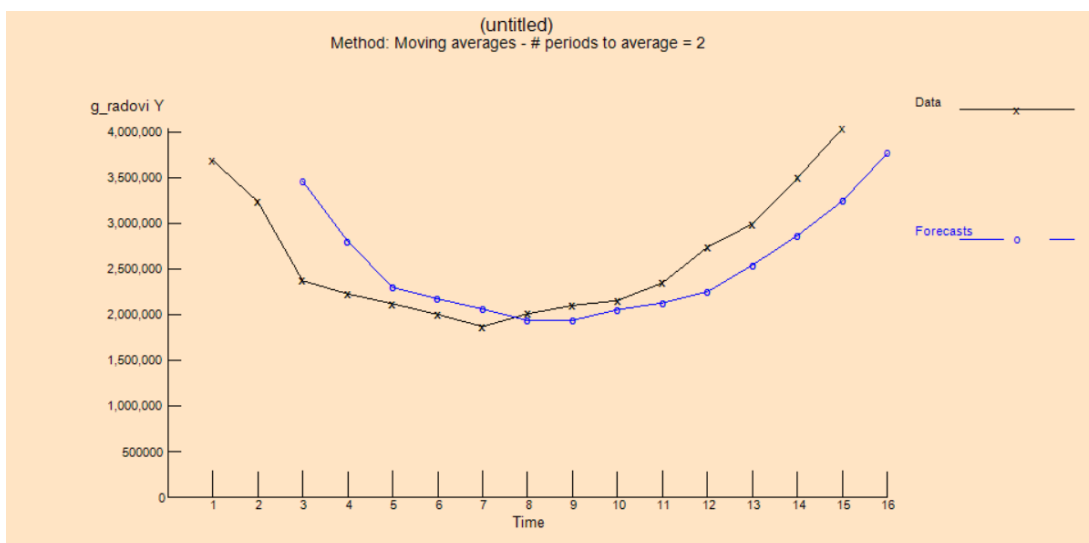
<b>(untitled) Solution</b>						
	g_radovi Y	Forecast	Error	Error	Error^2	Pct Error
2008.	3687940					
2009.	3237904					
2010.	2371258	3462922	-1091664	1091664	11917300...	46.037%
2011.	2227576	2804581	-577005	577005	33293480...	25.903%
2012.	2120408	2299417	-179009	179009	32044220...	8.442%
2013.	2002950	2173992	-171042	171042	29255370...	8.54%
2014.	1870159	2061679	-191520	191520	36679910...	10.241%
2015.	2010429	1936555.0	73874.5	73874.5	5457442000	3.675%
2016.	2102715	1940294	162421	162421	26380580...	7.724%
2017.	2155283	2056572	98711	98711	9743862000	4.58%
2018.	2349156	2128999	220157	220157	48469110...	9.372%
2019.	2739824	2252220.0	487604.5	487604.5	23775820...	17.797%
2020.	2993609	2544490	449119	449119	20170790...	15.003%
2021.	3495787	2866717.0	629070.5	629070.5	39572970...	17.995%
2022.	4038781	3244698	794083	794083	63056780...	19.661%
<b>TOTALS</b>	<b>39403780</b>		<b>704800.5</b>	<b>5125281.0</b>	<b>31784590...</b>	<b>194.969%</b>
<b>AVERAGE</b>	<b>2626919.0</b>		<b>54215.42</b>	<b>394252.3</b>	<b>24449680...</b>	<b>14.998%</b>
<b>Next period forecast</b>		<b>3767284</b>	<b>(Bias)</b>	<b>(MAD)</b>	<b>(MSE)</b>	<b>(MAPE)</b>
				<b>Std err</b>	<b>537541.4</b>	

Izvor: izrada autora

Korištenjem modela jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka i POM-QM računalne potpore, moguće je dobiti uvid u točnost prognoze građevinskih radova. Analiza različitih vrsta pogrešaka pomaže u procjeni učinkovitosti modela i ukazuje na područja koja zahtijevaju poboljšanje. Ovaj pristup omogućava bolje planiranje i donošenje odluka na temelju preciznijih prognoza.

Na grafikonu 10. prikazane su originalne i prognozirane vrijednosti dobivene modelom jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka za vrijednost građevinskih radova.

Model koristi dva razdoblja za izračunavanje prosjeka, što omogućava izravnavanje vremenskih serija i bolje prepoznavanje osnovnih trendova.



**Grafikon 10.** Originalne i prognozirane vrijednosti jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka

Izvor: izrada autora

Iz grafičkoga prikaza vidljiv je pad građevinskih radova od 2014. godine do 2016. godine nakon čega slijedi stabilizacija i postupni oporavak do 2023. godine. Pad u početnim godinama može ukazivati na ekonomske ili tržišne promjene koje su utjecale na građevinsku aktivnost. Iako model pokazuje određenu tendenciju precjenjivanja u početnim i kasnijim razdobljima, njegova sposobnost da eliminiira kratkoročne fluktuacije i otkrije dugoročne obrasce čini ga vrijednim alatom za analizu i planiranje.

Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova pokazuju opadajući trend od 2008. do 2013. godine, nakon čega slijedi stabilizacija i postupan rast do 2023. godine.

Model jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka dobro prati opći trend stvarnih vrijednosti, iako postoje razdoblja gdje su odstupanja veća. Najveća odstupanja između stvarnih i prognoziranih vrijednosti javljaju se u prijelaznim razdobljima gdje dolazi do promjene smjera trenda. Iz grafikona je vidljiva sposobnost modela da prati opće trendove u stvarnim vrijednostima građevinskih radova, s nekim odstupanjima u prijelaznim razdobljima. Ovaj pristup je koristan za preliminarnu analizu i osnovne prognoze, no može zahtijevati dodatne prilagodbe ili složenije modele za preciznija predviđanja.

### 3.2.3. Komparativna analiza efikasnosti odabranih prognostičkih modela

Nakon primjene odabranih prognostičkih modela izvršena je procjena i usporedba prognostičke efikasnosti korištenih modela. Za usporedbu efikasnosti prognostičkih modela korištene su četiri mjere prognostičke efikasnosti i to srednjekvadratno apsolutno odstupanje (MAE) i prosječna postotna apsolutna pogreška (MAPE), srednja kvadratna pogreška (MSE) i korijen srednje kvadratne pogreške (RMSE). U Tablici 8. prikazani su rezultati ocjena odabranih modela prognoziranja primjenom navedenih mjera prognostičke efikasnosti.

**Tablica 8.** Prognostička efikasnost korištenih modela

Analizirani modeli	MAE	MAPE	MSE	RMSE
<b>Jednostavni linearni regresijski model</b>	239 688,73	8,61%	90 727 656 194,96	301 210,32
<b>Ancova model</b>	144 140,00	5,57%	35 683 210 000,00	188 900,00
<b>Model potencijske regresije</b>	88 168,00	0,60%	11 412 648 900,00	106 830,00
<b>Naivni model I</b>	284 743,00	10,54 %	183 655 141 757,05	428 550,05
<b>Naivni model II</b>	178 974,00	7,44 %	70 497 137 238,22	265 512,97
<b>Naivni model IIa</b>	167 987,75	6,92 %	52 697 146 242,79	229 558,59
<b>Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja s trendom</b>	371 591,89	15,42 %	175 198 642 211,68	418 567,37
<b>Model jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka</b>	394 252,30	14,99 %	244 496 800 000	49 446,62

Izvor: izrada autora

Rezultati pokazuju da *jednostavni linearni regresijski model* ima relativno dobre performanse u prognoziranju vrijednosti građevinskih radova, s niskim vrijednošću MAPE od 8,61%. Ipak, više vrijednosti MSE i RMSE sugeriraju da još uvijek postoje značajna odstupanja koja bi mogla biti dodatno smanjena prilagođavanjem modela ili korištenjem alternativnih modela za bolje performanse.

*ANCOVA model* prikazuje bolje performanse u usporedbi s jednostavnim linearnim modelom, s nižim vrijednostima svih mjera pogrešaka, što ga čini preciznijim.

Prosječna apsolutna pogreška MAPE od 5,57% ukazuje na visoku pouzdanost prognoze.

*Model potencijske regresije*, model regresije bolje predviđa podatke s manjom pogreškom u usporedbi s ostalim modelima. Dakle, na temelju izračuna prosječne postotne apsolutne

pogreške od 0,60% može se zaključiti da ovaj model posjeduje najbolje prognostičke performanse i da je stoga najefikasniji u ovom skupu modela.

*Naivni model I* pokazuje najviše vrijednosti pogrešaka od 10,54% među analiziranim modelima, što ukazuje na njegovu nešto lošiju preciznost u prognoziranju vrijednosti građevinskih radova. Ovakvi rezultati sugeriraju potrebu za upotrebom složenijih i preciznijih modela kako bi se postigla točnija predviđanja i smanjila razina prognostičkih pogrešaka.

Naivni model II pokazuje znatno bolje performanse u usporedbi s Naivnim modelom I, sa značajno nižim vrijednostima prognostičkih pogrešaka od 7,44%. Ovi rezultati ukazuju na to da Naivni model II pruža visoko pouzdane prognoze i može biti korisniji alat za prognoziranje građevinskih radova.

Naivni model IIa daje značajno poboljšane rezultate u odnosu na Naivni model I i Naivni model II sa vrijednošću pogreške od 6,92%.

*Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja s trendom* pokazuje vrlo visoke vrijednosti mjera prognostičke efikasnosti od 15,42%, što ukazuje na slabiju preciznost, posebno u usporedbi s ostalim modelima.

*Model jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka* također pokazuje više vrijednosti pogrešaka od 14,99%, što ukazuje na nižu prognostičku efikasnost u predviđanju vrijednosti građevinskih radova.

Ovi rezultati sugeriraju da ovaj model nije dovoljno precizan i da bi trebalo razmotriti složenije modele ili dodatne prilagodbe kako bi se poboljšala točnost predviđanja.

## Zaključak

Rezultati istraživanja ekonometrijske analize prikazuju kako vrijednost građevinskih radova ovisi o broju građevinskih dozvola.

Analizom ovih podataka mogu se pratiti građevinska aktivnost, regionalni razvoj i demografski trendovi. Ključni faktori koji mogu utjecati na broj izdanih dozvola uključuju ekonomske uvjete, demografske promjene i infrastrukturne projekte. Podaci omogućavaju usporedbu među županijama, identificiranje trendova i planiranje budućih potreba za stanogradnjom. Rast gospodarstva u nekoj zemlji može dovesti do povećanja ulaganja u građevinski sektor. Nakon prirodnih katastrofa ili kroz državne i EU projekte, određene županije mogu imati povećanu građevinsku aktivnost. Porast stanovništva u određenim regijama može zahtijevati više stambenih i komercijalnih objekata. Neke županije mogu dobiti više investicija zbog strateških projekata ili privlačenja poslovnih investicija.

U periodu od 2009. do 2014. godine, građevinarstvo u Hrvatskoj prošlo je kroz fazu recesije. Ovo razdoblje karakterizirala je opća ekonomska stagnacija ili pad aktivnosti u građevinskom sektoru, što je bilo posljedica globalne ekonomske krize koja je započela 2008. godine. Tijekom ovog perioda, građevinski sektor se suočio sa smanjenjem investicija, manjim brojem novih projekata, povećanom nezaposlenošću u sektoru i općom ekonomskom nesigurnošću. Analiza podataka, trendova i kretanja povezanih sa tržištem nekretnina, omogućava donositeljima politika, urbanistima, investitorima i ostalim dionicima donošenje informiranih odluka o budućem razvoju, ulaganjima i planiranju infrastrukture.

Značaj građevinarstva u ukupnoj gospodarskoj strukturi Hrvatske tijekom ovog razdoblja vjerojatno je opao, jer je građevinski sektor bio jedan od glavnih stubova ekonomije u mnogim zemljama, a recesija je obično uticala na smanjenje aktivnosti u ovom sektoru.

Recesijsko razdoblje obično ima negativne efekte na građevinski sektor i ukupnu ekonomiju, ali nakon toga dolazi do faze oporavka. Razdoblje od 2015. do 2019. godine obilježeno je stabilizacijom i oporavkom aktivnosti u građevinskom sektoru, što je pozitivan znak za ekonomsku obnovu.

Pandemija COVID-19, koja je pogodila svijet 2020. godine, imala je dodatni negativan utjecaj na građevinski sektor u Hrvatskoj, dovodeći do usporavanja aktivnosti. Ovo je dodatno zakompliciralo ekonomsku situaciju i zahtjeva dodatne mjere podrške kako bi se sektor oporavio.

Ukratko, period recesije od 2009. do 2014. godine imao je značajan utjecaj na građevinski sektor u Hrvatskoj, ali je nakon toga došlo do faza stabilizacije i oporavka, pre nego što je pandemija COVID-19 ponovo poremetila tržište.

Tablica omogućava detaljnu analizu i usporedbu građevinskih aktivnosti među županijama tijekom dugog perioda, što može biti korisno za različite analize, planiranje i donošenje odluka.

Na temelju provedene analize empirijskih rezultata različitih modela za prognoziranje Vrijednosti građevinskih radova, može se zaključiti da različiti modeli imaju različite razine preciznosti i pouzdanosti u predviđanju vrijednosti građevinskih radova.

Rezultati modela potencijske regresije ukazuju na relativno dobru sposobnost predikcije s niskom MAPE vrijednošću, pokazao je najbolje performanse među svim analiziranim modelima, ima najniže vrijednosti MAE, što ukazuje na njegovu visoku preciznost i pouzdanost u predviđanju. ANCOVA model se pokazao pouzdanim, s relativno niskim vrijednostima prognostičkih pogrešaka. Ovaj model je nešto bolji od jednostavnog linearnog modela, što ukazuje na njegovu korisnost u određenim situacijama.

Naivni modeli koriste jednostavne formule za predviđanje budućih vrijednosti na osnovu prošlih podataka. Naivni model I koristi posljednju dostupnu vrijednost za predviđanje, dok Naivni model II koristi promjenu između posljednje dvije vrijednosti. Holtov Dvoparametarski model i model jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka pokazuju najviše vrijednosti pogrešaka, što ukazuje na njihovu nisku preciznost. Holtov dvoparametarski model linearnog eksponencijalnog izgladivanja s trendom ima vrlo visoke vrijednosti prognostičkih pogrešaka dok model jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka također pokazuje visoku razinu pogrešaka, sugerirajući da ti modeli nisu najbolji izbor za prognoziranje vrijednosti građevinskih radova.

Rezultati sugeriraju da bi se pri odabiru prognostičkih modela trebalo koristiti model potencijske regresije. Ovaj model se pokazao najpreciznijim i najpouzdanijim, dok bi Holtov model i model jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka trebali biti pažljivo razmotreni ili dodatno prilagođeni za poboljšanje rezultata.

Korištenjem dummy varijable za kodiranje efekta globalne pandemije COVID-19, istraživanje je pokazalo značajan utjecaj pandemije na građevinske radove. Ovo je ključni nalaz koji može pomoći u daljnjem razumijevanju dinamike građevinskog sektora tijekom kriznih razdoblja.

Ključni podaci o građevinskim radovima u 2023. godini pokazuju njihovu važnu ulogu u ekonomskom razvoju i infrastrukturi. Najveća ulaganja usmjerena su na nestambene zgrade i prometnu infrastrukturu, kao odgovor na potrebe za poslovnim prostorima i modernizacijom prometa. Stambeni projekti također su značajno zastupljeni, što ukazuje na stalnu potražnju za stanovanjem. Ostale kategorije, iako manje, također doprinose razvoju građevinskog sektora i društva.

Prema podacima Državnog zavoda za statistiku, prognoze za 2023. godinu pokazuju rast građevinskih radova, s ukupnom vrijednošću od 6,078,000 €. Ključna ulaganja bila su usmjerena na nestambene zgrade, prometnu infrastrukturu i stambene projekte, koji su glavni pokretači budućeg razvoja. Istovremeno, održivi razvoj i zelene tehnologije sve više dobivaju na važnosti u modernizaciji građevinskog sektora.



## Bibliografija

1. Baldigara, T. Ekonometrija: e-nastavni materijal, Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu Opatija, 2023.
2. Baldigara, T., Mamula, M.: Autorizirana predavanja iz kolegija Primijenjena ekonometrija, Sveučilište u Rijeci, Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu, Opatija, 2018.
3. Belullo, A. Uvod u ekonometriju. Sveučilište Jurja Dobrile u Puli, Odjel za ekonomiju i turizam „Dr. Mijo Mirković“. Pula, 2011.
4. Brooks, C.: Introductory Econometrics for Finance. 4th edn., Cambridge University Press, 2019.
5. Buturac, Ivan. "Gospodarska važnost, hranidbena vrijednost, proizvodnja i potrošnja krumpira u svijetu i u nas." Glasilo biljne zaštite 13, br. 4 2013. 265-271
6. Corporate finance institute, <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/data-science/autocorrelation/>, (26.05.2024.)
7. Čižmešija, M., Sorić, P.: Statističke metode za poslovno upravljanje. Element d.o.o., Zagreb, 2011.
8. Čižmešija, M., Kurnoga Živadinović N.: Uvod u gospodarsku statistiku. Priručnik, Zagreb, 2012.
9. Demand forecasting: a comparison between the Holt-Winters, trend analysis and decomposition models Tirkeş, Güzin; Güray, Cenk; Çelebi, Neş'e Technical vjesnik Vol. 24, No. Supplement 2, 2017.
10. Dizdar, D.: Kvantitativne metode. Sveučilište u Zagrebu, Kineziološki fakultet, Zagreb, 2006.
11. Državni zavod za statistiku: <https://podaci.dzs.hr/hr/podaci/gradevinarstvo/> (pristupila 11.07.2024.)
12. Dumičić, K., Bahovec, V., Čižmešija, M., Kurnoga Živadinović, N., Čeh Časni, A., Jakšić, S., Palić, I., Sorić, P., Žmuk, B.; " Poslovna statistika"., Element d.o.o., Zagreb, 2011.
13. Gogala, Zdenka.: Osnove statistike. Zagreb: Sinergija, 2001.

14. Gujarati, D. N.: Basic Econometrics. Četvrto izdanje, New York: McGraw Hill. 2004.
15. Horvat, J., Mijoč, J.: Istraživački Spass, Naklada Ljevak, Zagreb: 2019.
16. Horvat, J., Mijoč, J.: Osnove statistike, Zagreb: Naklada Ljevak, 2012.
17. Marković, S., Raspor S.: Statistika, Priručnik, Veleučilište u Rijeci, 2008.
18. Montgomery, D, Jennings, C.L & Kulachi M.: Introduction to Time Series Analysis and Forecasting. John Wiley & Sons, 2008.
19. Papić, M.: Primjenjena statistika u MS Excelu. ZORO d.o.o., Zagreb,2005.
20. Petz, B., Kolesarić, V., Ivanec, D.: Petzova statistika - Osnovne statističke metode za nematematičare. "NAKLADA SLAP", studeni 2012.
21. Šošić, I. Vježbe iz statistike II. dio, Ekonomski Fakultet Zagreb, 1996.
22. Šošić, I., Serdar, V.: Uvod u statistiku, Školska knjiga, Zagreb, 2000.
23. Šošić, I.: Primijenjena statistika. Školska knjiga, Zagreb, 2006.
24. Vranešević, T.: Istraživanje tržišta. Adeco,d.o.o., Zagreb, 2001.

## Popis ilustracija

### Tablice

Tablica 1. ANOVA .....	14
Tablica 2. MAPE i razina pouzdanosti prognostičkih modela .....	32
Tablica 3. Vrijednost izvršenih građevinskih radova za 2023. godinu.....	37
Tablica 4. Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobivene primjenom naivnih modela.....	48
Tablica 5. Rezultati modeliranja i prognoziranja.....	50
Tablica 6. Optimizacija konstanti izgladivanja u Solver dodatku .....	51
Tablica 7. Model dvočlanih jednostavnih pomičnih prosjeka .....	53
Tablica 8. Prognostička efikasnost korištenih modela.....	55

### Grafikoni

Grafikon 1. Koeficijent determinacije kao mjera uspješnosti prilagodbe linearne funkcije	18
Grafikon 2. Kretanje vrijednosti građevinskih radova u Republici Hrvatskoj .....	36
Grafikon 3. Vrijednosti građevinskih radova kroz razdoblje od 2008. – 2022. godine.....	36
Grafikon 4. Struktura i vrijednosti izvršenih radova s vlastitim radnicima prema vrstama građevina od siječnja do prosinaca 2023. godine .....	38
Grafikon 5. Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobivene modelom jednostavne linearne regresije.....	41
Grafikon 6. Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobivene Ancova modelom .....	44
Grafikon 7. Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobiveni procjenom dvostruko logaritamskog modela.....	47
Grafikon 8. Vrijednosti stvarnih i prognoziranih građevinskih radova dobivenih upotrebom Naivnih modela.....	49
Grafikon 9. Stvarne i prognozirane vrijednosti građevinskih radova dobivenih primjenom Holtovog dvoparametarskog modela linearnoga eksponencijalnoga izgladivanja.....	52

Grafikon 10. Originalne i prognozirane vrijednosti jednostavnih dvočlanih pomičnih prosjeka.....	54
--	----

## **Slike**

Slika 1. Pregled kvantitativnih modela prognoziranja.....	3
Slika 2. Vodič za odabir odgovarajućeg prognostičkoga modela.....	29
Slika 3. Odabir prognostičke metode u zavisnosti od prisutnih komponenti u vremenskoj seriji .....	30
Slika 4. Metodologija istraživanja korištena u diplomskome radu.....	34
Slika 5. Osnovni pokazatelji statističko deskriptivne analize analizirane vremenske serije	35
Slika 6. Korelacija između vrijednost izvršenih građevinskih radova i broja izdanih građevinskih dozvola primjenom Gretl programske potpore .....	39
Slika 7. Rezultati regresijske analize primjenom Gretl programske potpore .....	40
Slika 8. Interval procjene regresijskoga koeficijenta primjenom Gretl programske potpore .....	41
Slika 9. Ancova model.....	43
Slika 10. Regresijski rezultati procjene dvostruko-logaritamskoga modela primjenom Gretl programske potpore .....	46